



## Passive Tracking of High Maneuver Target Using Side Observations by Cubic Volume Kalman Multimodel Interaction Filter Method

M.Ebrahimi<sup>1</sup> , Mm.Dehghan Banadaki<sup>2\*</sup> , F.Allahvardizadeh<sup>3</sup>

<sup>2</sup>: Associate Professor, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

(Received:2023 /05/11, Revised: 2023/07/16, Accepted: 2023/08/02, Published: 2023/08/24)

DOR:<https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23454024.1402.11.1.3.9>

### Abstract

*The BOT method, minimizes the possibility of detection by the other party due to its inactivity. Tracking of moving underwater targets, by submarines, requires the use of a chain of passive target observation over time. In this case, the improvement of the target estimation depends on the proper maneuver of the submarine to increase the observability. Also since the moving target can have different models, Interactive Multiple Model (IMM) should be used to improve the tracking accuracy of maneuvering targets. On the other hand, due to the non-linearity of the measurement equations and the target motion equations, it is better to use the Cubature Kalman Filter (CKF) to improve the tracking accuracy. In this article, the IMM-CKF filter is used to track the highly maneuverable target in a situation where there is only one observation of it at any moment. The simulation results of the proposed method and its comparison with the extended and unscented multi-model Kalman interaction filters as well as the new pseudo-linear Kalman filter (PLKF) show that the performance of IMM-CKF is suitable in parts of the movement that have intense maneuvers. It is better than other methods.*

**Keywords:** : Cubature kalman filter, Multi-model interaction filters, Tracking with only side observations, Target tracking.

This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license.

**Publisher:** Imam Hussein University

Authors



\*Corresponding Author Email: [smmd@mut.ac.ir](mailto:smmd@mut.ac.ir)

## ردیابی غیرفعال هدف مانور بالا با استفاده از مشاهدات سمت به روش فیلتر برهم کنشی

### چندمدلی کالمن حجم مکعبی

محسن ابراهیمی<sup>۱</sup>، سید محمدمهدی دهقان بنادکی<sup>۲\*</sup>، فیروز اللهوردی زاده<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری، ۲- دانشیار، ۳- استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۲۱، بازنگری: ۱۴۰۲/۰۴/۲۵، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۵/۱۱، انتشار: ۱۴۰۲/۰۶/۰۲)

DOR: <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23454024.1402.11.1.3.9>



\* این مقاله یک مقاله با دسترسی آزاد است که تحت شرایط و ضوابط مجوز (CC BY) Creative Commons توزیع شده است.

نویسندگان ©

ناشر: دانشگاه جامع امام حسین (ع)

#### چکیده

ردیابی تنها با مشاهدات سمت (BOT)، احتمال شناسایی شدن توسط طرف مقابل را به دلیل غیرفعال بودن مشاهدات به حداقل می‌رساند. ردیابی اهداف متحرک در زیر آب، توسط زیردریایی، مستلزم استفاده زنجیره‌ای از مشاهده غیرفعال زاویه هدف در طول زمان می‌باشد. در این حالت، بهبود تخمین موقعیت هدف در گرو مانور مناسب زیردریایی برای افزایش مشاهده‌پذیری است. همچنین، از آنجایی که حرکت هدف می‌تواند دارای مدل‌های متفاوتی باشد، بایستی از فیلترهای چندگانه برهم کنشی (IMM) برای بهبود دقت ردیابی اهداف مانور دار استفاده کرد. از سوی دیگر، به علت غیرخطی بودن معادلات اندازه‌گیری و معادلات حرکت هدف، بهتر است از فیلتر کالمن حجم مکعبی (CKF) برای بهبود دقت ردیابی استفاده کرد. در این مقاله از فیلتر IMM-CKF برای ردیابی هدف مانور بالا که در مقاطع مختلف حرکت خود از دینامیک‌های مختلف استفاده می‌کند، در شرایطی که در هر لحظه تنها یک مشاهده سمت از آن وجود دارد، استفاده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی و مقایسه آن با فیلترهای برهم کنشی چندمدلی کالمن توسعه‌یافته و خنثی و همچنین فیلتر نوین کالمن شبه خطی (PLKF) نشان می‌دهد که در قسمت‌هایی از حرکت که دارای مانورهای شدیدی است، IMM-CKF عملکرد مناسب‌تری نسبت به سایر روش‌ها دارد.

**کلیدواژه‌ها:** فیلتر کالمن حجم مکعبی، فیلتر برهم کنشی چندمدلی، ردیابی تنها با مشاهدات سمت، ردیابی هدف

#### ۱- مقدمه

چنین اندازه‌گیری به ردیابی از روی سمت (BOT<sup>۲</sup>) معروف است [۳،۴]. ردیابی فقط از روی سمت (BOT) شامل تخمین وضعیت هدف از اندازه‌گیری‌های سمت دریافتی توسط ناظر است [۵]، که دارای کاربردهایی از قبیل نظارت زیر آب [۷،۶]، ردیابی هدف غیرفعال سه‌بعدی [۹،۸] و ردیابی مسیر پهپاد (وسیله نقلیه هوایی بدون سرنشین) [۱۱،۱۰] است. با این حال، رابطه غیرخطی بین اندازه‌گیری‌های سمت و بردار حالت هدف، BOT را به یک مسئله فیلتر غیرخطی تبدیل می‌کند [۱۲]. در مواجهه با این مشکل روش‌های تقریبی زیادی در شکل قانون بیز<sup>۳</sup> ارائه می‌شود. در برخی از روش‌ها، از الگوریتم‌های یادگیری ماشین برای حل

مزیت ردیابی غیرفعال، نسبت به ردیابی فعال این است که موقعیت مشاهده‌گر می‌تواند از دید هدف مخفی باشد و امکان شناسایی توسط دشمن را به حداقل می‌رساند. از مهم‌ترین وظایف مشاهده‌گرهای غیرفعال، کشف سیگنال‌های منتشرشده از هدف و به دنبال آن کشف اندازه‌گیری مشاهده زاویه حرکت هدف است [۱]. یک روش مرسوم و استاندارد در اندازه‌گیری‌های غیرفعال، تشخیص جهت موج دریافتی است که نشانگر زاویه یا جهت بین مشاهده‌گر و هدف می‌باشد [۲]. ردیابی بر اساس

<sup>2</sup> Bearing Only Tracking  
<sup>3</sup> Bayes

فیلتر IMM از الگوریتم تطبیقی که دقت پیش‌بینی را بهبود می‌بخشد و بار محاسباتی را کاهش می‌دهد، استفاده می‌کند [۲۲]. در این الگوریتم، ماتریس احتمال انتقال مارکوف، تعامل و احتمال جابجایی بین مدل‌ها را تعیین می‌کند، بنابراین، به شدت بر عملکرد ردیابی الگوریتم IMM تأثیر می‌گذارد [۲۳]. در الگوریتم استاندارد IMM، ماتریس انتقال احتمال مارکوف به‌طور مصنوعی روی یک ماتریس قطری مقدار ثابت تنظیم شده است. با این حال، به دلیل وجود عدم قطعیت زیاد و دینامیک بالای اهداف مانوردار و همچنین، عدم قطعیت در دانش قبلی، ماتریس مقدار ثابت قطری، اغلب منجر به تأخیر در تغییر مدل الگوریتم می‌شود که باعث بدتر شدن اثر ردیابی می‌شود [۲۴]. بنابراین، روش تنظیم تطبیقی ماتریس احتمال انتقال مارکوف به‌صورت آنلاین، یک مسئله کلیدی برای بهبود عملکرد ردیابی الگوریتم IMM است [۲۵].

انتخاب فیلتر یکی دیگر از عوامل کلیدی در الگوریتم IMM است؛ بنابراین، انتخاب یک فیلتر غیرخطی مناسب ضروری است. فیلتر کالمن توسعه‌یافته (EKF) مشکل فیلتر غیرخطی را با خطی‌سازی موضعی از طریق بسط تیلور حل می‌کند [۲۷، ۲۶]. روش EKF دقت عملکردی معادل یک سیستم غیرخطی مرتبه اول را دارد و نیازمند محاسبه ماتریس ژاکوبین است که منجر به دقت نامطلوب فیلتر می‌شود. Juiler و همکاران، الگوریتم فیلتر گاوسی نمونه‌برداری تقریبی را بر اساس یک تبدیل بدون اثر ارائه کردند که فیلتر کالمن خنثی (UKF) نام گرفت [۲۸]. UKF نیازی به حل ماتریس ژاکوبین ندارد، برای تابع انتقال حالت یا اندازه‌گیری نیازی به مشتق ندارد، و نیز می‌تواند دقت عملکرد سیستم‌های غیرخطی را حداقل به مرتبه سوم برسد. با این حال، زمانی که با سیستم‌های با ابعاد بالا سروکار داریم، الگوریتم باید پارامترهای معقولی را برای دستیابی به دقت بالاتر انتخاب کند. مرجع [۲۹] الگوریتم فیلتر کالمن مکعبی (CKF) را پیشنهاد کرد که از اطلاعات کروی-شعاعی برای به‌دست‌آوردن معیار مکعب استفاده می‌کند، و انتگرال احتمال را از طریق فیلتر بیزی تقریب می‌زند. الگوریتم CKF روش انتخاب نقاط نمونه‌برداری و استراتژی توزیع وزن را در الگوریتم UKF، بهبود می‌بخشد و مشکل عدم کارایی UKF در ابعاد بالا را حل می‌کند؛ بنابراین، تقریب غیرخطی

این موضوع استفاده شده است [۱۳]. روش‌های تقریب گاوسی<sup>۱</sup> و روش‌های نمونه‌برداری مونت‌کارلو<sup>۲</sup> دو دسته عمده از روش‌های تقریبی بیزین است که برای سیستم‌های غیرخطی به کار می‌رود. روش‌های گاوسی به دو دسته مجزا تقسیم می‌شوند. دسته اول، انتخاب الگوریتم‌های غیرخطی فیلتر بیزین مانند رویکردهای مبتنی بر فیلتر کالمن توسعه‌یافته و نسخه‌های بهبودیافته آن است [۱۴]. مثال‌هایی از فیلترهای پیچیده‌تر کالمن، مانند فیلتر کالمن خنثی و فیلتر کالمن مکعبی که با استفاده از BOT اعمال می‌شوند، در [۱۵] یافت می‌شوند. در دسته دوم به‌جای خطی‌سازی، تحلیلی از روش‌های نمونه‌برداری یا اصطلاحاً فیلتر ذره‌ای با مدل‌های غیرخطی و توزیع‌های غیر نرمال استفاده می‌شود [۱۶، ۱۷] که البته هزینه‌های محاسباتی بالای فیلتر ذرات، مانند سخت‌افزار گران‌قیمت با کارایی بالا، باعث می‌شود که اجرای آن در مسائل BOT روش مناسبی نباشد. فیلتر سایه‌زنی غیر بیزین<sup>۳</sup>، روش دیگری است که در این زمینه استفاده می‌شود. با این حال، چنین فیلتری مبتنی بر نوعی الگوریتم نزولی گرادینان است که حساسیت بسیار بالایی نسبت به اندازه گام و محاسبه ماتریس ژاکوبین دارد [۱۸]. با توجه به اینکه در حرکت مانوردار مدل‌هایی با پارامترهای مختلف وجود دارد، استفاده از تنها یک فیلتر کالمن نمی‌تواند تخمین تمام مودهای حرکتی را پوشش دهد، به همین دلیل از الگوریتم IMM<sup>۴</sup> استفاده می‌شود تا در زمان سوئیچ کردن مدل‌ها، با بالابردن احتمال فیلتر مورد نظر، و ناچیز در نظر گرفتن فیلتر مدل‌های دیگر، تخمین دقیق‌تری حاصل شود [۱۹]. این موضوع باعث می‌شود که در صورت پرش مود سیستم از یک مود به مود دیگر، به علت کاهش وزن دیگر فیلترها، عملکرد تخمین تحت تأثیر قرار بگیرد؛ بنابراین به‌جای استفاده کردن از خروجی هر فیلتر مدلی به‌عنوان ورودی در گام زمانی بعدی، از ترکیب خروجی تمام فیلترها برای هر فیلتر جدید استفاده می‌شود [۲۰].

مرجع [۲۱] پایداری الگوریتم IMM را از نگاه ریاضی مطالعه می‌کند و پایداری نمایی را برای یک کلاس از سیستم‌های خطی بررسی می‌کند، همچنین، ثابت می‌کند که الگوریتم IMM عملکرد خوبی در مدل‌های مختلف محاسباتی کم‌هزینه دارد.

<sup>1</sup> Gaussian

<sup>2</sup> Monte Carlo

<sup>3</sup> non-Bayesian shadowing filters

<sup>4</sup> Interacting Multiple Model Filter

<sup>5</sup> Unscented Kalman Filter

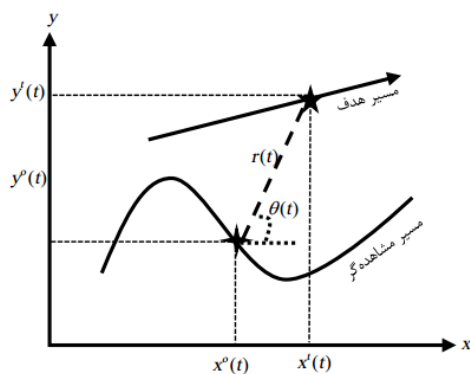
<sup>6</sup> Cubature Kalman Filter

IMM-EKF و IMM-UKF مقایسه می‌شود. در آخر برای مقایسه با روش‌های جدید کالمن، عملکرد تخمین با<sup>۱</sup> PLKF مقایسه و نتایج آن در قسمت نتیجه‌گیری ارزیابی می‌شود.

## ۲- طرح مسئله

مسئله ردیابی به دلیل وجود معادلات اندازه‌گیری، غیرخطی است که تابعی از مقدار موقعیت نسبی هدف و مشاهده‌گر است. برای قسمت مانور دار، هدف با سرعت ثابت ( $CT^2$ ) حرکت می‌کند و با نرخ چرخش  $\omega$  می‌چرخد. فرایند تحلیل حرکت هدف، از تخمین حالت هدف، با استفاده از اندازه‌گیری‌های یک مشاهده‌گر به دست می‌آید. حالت‌های هدف در اینجا می‌تواند شامل موقعیت، سرعت و شتاب مربوط به هدف باشد. به‌طور کلی تمام اندازه‌گیری‌های مشاهده‌گر تابعی از حالت‌های خود و حالت‌های هدف است. دو چالش در این مسئله غیرخطی بودن و مشاهده‌نا-پذیری متغیرهای حالت است. جهت اطمینان از مشاهده‌پذیر بودن تمام مسیر، مشاهده‌گر حتماً باید دارای مانور باشد و انتخاب صحیح مانور مشاهده‌گر می‌تواند باعث بهبود تخمین شده و خطای تخمین را کاهش دهد.

ساختار هندسه سیستم ردیابی از روی سمت در مختصات دوبعدی برای یک هدف و یک مشاهده‌گر در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل (۱). ساختار ردیابی هدف از روی سمت در مختصات دوبعدی

در شکل ۱ مدل مشاهده نشان داده شده است. در لحظه  $t$  زاویه  $\theta(t)$  بین مشاهده‌گر و هدف توسط مشاهده‌گر محاسبه می‌شود که این زاویه از معکوس تانژانت نسبت موقعیت نسبی مشاهده‌گر و هدف در راستای محور  $x$  و  $y$  مطابق رابطه (۱) به دست می‌آید:

الگوریتم CKF، نه تنها بر محدودیت‌های کاربردی EKF و UKF در سیستم غیرخطی قوی غلبه می‌کند، بلکه دارای دقت فیلتر بالاتری نسبت به فیلتر ذرات است و هزینه محاسباتی کمتری دارد، علاوه بر این، مشکلات کوواریانس غیر مثبت و عدم تقارن ناشی از خطاهای گرد کردن و سایر عوامل در آن تا حدودی برطرف گردیده است.

در [۳۰] عملکرد فیلتر کالمن خنثی چندمدلی (IMM-UKF) با فیلتر کالمن توسعه‌یافته چند مدل (IMM-EKF) مقایسه شده است و نتایج نشان می‌دهد که IMM-UKF در مسئله ردیابی مانوردار فقط از روی سمت بهتر از IMM-EKF عمل می‌کند. با این حال، زمانی که ابعاد سیستم بیش از سه باشد، وزن‌های UKF منفی است که باعث واگرایی فیلتر می‌شود. سپس مرجع [۳۱]، ترکیب IMM با CKF را برای ردیابی هدف مانوردار پیشنهاد کرد و نشان داد که IMM-CKF دقت ردیابی بهتری نسبت به الگوریتم CKF دارد، اما صحبتی از مشاهده‌گرها و ردیابی غیرفعال نکرده است. در [۳۲، ۳۳] از IMM-CKF درجه پنج صحبت شده است که بر مبنای شبیه‌سازی‌های انجام شده توسط این مراجع، مشاهده می‌شود که با افزایش هزینه محاسباتی، بهبود کمی در نتیجه تخمین حاصل می‌شود. در صورتی که اگر پارامترهای CKF سه درجه نیز به خوبی تنظیم گردد، عملکرد فیلتر قابل قبول است.

هدف از این مقاله توسعه پژوهشی است که در مرجع [۳۱] انجام شده است. در [۳۱] برای اطمینان از مشاهده‌پذیر بودن مانورهای هدف، از چهار مشاهده‌گر ساکن، در چهار طرف مسیر حرکت استفاده شده است. در این مقاله تنها از یک مشاهده‌گر متحرک برای تخمین متغیرهای حالت هدف استفاده می‌شود. در این حالت انتخاب مناسب مانور مشاهده‌گر می‌تواند باعث بهبود تخمین شده و خطا را کاهش دهد.

در ادامه ابتدا چالش مسئله که همان ردیابی غیرفعال هدف مانور بالا با استفاده از مشاهدات سمت می‌باشد، مطرح می‌شود و نحوه کارکرد مشاهده‌گر توضیح داده خواهد شد. در بخش بعدی در رابطه با نحوه عملکرد فیلتر برهم‌کنشی چندمدلی و مواردی که روی آن تأثیر می‌گذراند صحبت می‌شود و پس از آن ترکیب IMM با معادلات CKF و طریقه به‌روزرسانی تطبیقی تخمین، به وسیله روابط آن شرح داده می‌شود. سپس مدل حرکت هدف مانوردار برای استفاده در شبیه‌سازی ارائه می‌شود و نتیجه ردیابی با

<sup>۱</sup> Pseudo-Linear Kalman Filter

<sup>۲</sup> Coordinated Turn

احتمال پیش‌بینی شده مدل  $Z$  ام  $p(m_k^{(j)} | Z^{1:k-1}) = \pi_{ij}$  معرفی می‌شود و نشانگر احتمال درست بودن مدل  $m_k^{(j)}$  در گام زمانی  $k$  بر اساس مشاهدات (اندازه‌گیری‌های) زمان‌های سابق ( $Z^{1:k-1}$ ) است؛ بنابراین الگوریتم IMM به صورت زیر خلاصه می‌شود [۲۳]:

- مقاردهمی اولیه فیلترها (برای  $j = 1, \dots, M$ ،  $i = 1, \dots, M$ ) به کمک روابط (۶) الی (۹) انجام می‌پذیرد. رابطه (۶) پیش‌بینی احتمال مدل، (۷) احتمال ترکیبی و رابطه (۸) و (۹) به ترتیب، مقدار اولیه متغیر حالت و کوواریانس اولیه را نمایش می‌دهند.

$$\mu_{k|k-1}^{(j)} = \sum_{\langle i \rangle} \pi_{ij} \mu_{k-1}^{(i)} \quad (۶)$$

$$\mu_{k-1}^{i|j} = \frac{\pi_{ij} \mu_{k-1}^{(i)}}{\mu_{k|k-1}^{(j)}} \quad (۷)$$

به ضرایب ( $\mu_{k-1}^{i|j}$ ) اصطلاحاً ضرایب ترکیبی گفته می‌شود و به گونه‌ای، نشانگر تأثیر داده‌های خروجی فیلتر مدل  $i$  ام بر داده‌های ورودی فیلتر مدل  $j$  ام است.

$$\bar{X}_{k-1|k-1}^{(j)} = \sum_{\langle i \rangle} \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)} \mu_{k-1}^{i|j} \quad (۸)$$

$$\bar{P}_{k-1|k-1}^{(j)} = \sum_{\langle i \rangle} (P_{k-1|k-1}^{(i)} + (\bar{X}_{k-1|k-1}^{(j)} - \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)}) (\bar{X}_{k-1|k-1}^{(j)} - \hat{X}_{k-1|k-1}^{(i)})' ) \mu_{k-1}^{i|j} \quad (۹)$$

- فیلتر کردن (برای  $j = 1, \dots, M$ )

بسته به نوع فیلتر انتخابی، روابط این بخش می‌تواند متناسب با فیلتر موردنظر تغییر کند. باتوجه به انتخاب فیلتر کالمن حجم مکعبی، از روابط CKF که در بخش ۴ به تفصیل بیان شده است، در این قسمت استفاده می‌شود.

- به‌روزرسانی احتمال مدل (برای  $j = 1, \dots, M$ )

توسط رابطه (۱۱)

تابع همانندی<sup>۱</sup> این تابع برای مقایسه و ارزیابی احتمال مدل‌های سیستم استفاده می‌شود که به تعیین محتمل‌ترین مدل و تخمین حالت مرتبط با آن کمک می‌کند، و نشان می‌دهد که

$$\theta_r(t) = \arctg \frac{y^r(t) - y^o(t)}{x^r(t) - x^o(t)} \quad (۱)$$

در نتیجه، مدل اندازه‌گیری به صورت زیر مطرح می‌شود:

$$\theta_m(k) = \arctg \frac{y_k - y_k^0}{x_k - x_k^0} + v_{\theta,k} \quad (۲)$$

که  $v_{\theta,k}$  نویز اندازه‌گیری با کوواریانس  $R_k = cov(v_{\theta,k})$  می‌باشد.

### ۳- الگوریتم چندمدلی برهم‌کنشی IMM

در الگوریتم‌های چندمدلی، در صورتی که اندازه‌گیری و خروجی هر فیلتر مدلی به‌عنوان ورودی برای همان فیلتر در گام بعدی باشد، عملکرد این الگوریتم به گونه‌ای پیش می‌رود که وزن اختصاص داده‌شده به فیلتر مدلی مشابه با مود سیستم بیشتر شود و وزن دیگر فیلترهای مدل، به صفر میل می‌کند [۲۳]. برای حرکت، دو تعریف مطرح می‌شود، یکی رفتاری ایست که هدف در محیط واقعی از خود نشان می‌دهد که مود حرکتی یا مود سیستم نام دارد. دومی ساختارهایی است که برای حرکت هدف در تخمین‌گر فرض شده است که مدل حرکت یا مدل سیستم نامیده می‌شود. در صورتی که هدف دارای  $N$  مود حرکتی و  $M$  مدل حرکتی باشد، روابط (۳) و (۴) برای مجموعه مودها و مدل‌های حرکت تشکیل می‌شود.

$$S_s = \{s^{(1)}, s^{(2)}, \dots, s^{(N)}\} \quad (۳)$$

$$S_m = \{m^{(1)}, m^{(2)}, \dots, m^{(M)}\} \quad (۴)$$

در IMM وظیفه این است که در هر گام زمانی، مدل سیستم شبیه مود سیستم انتخاب شود و ردیابی اهداف مانور دار بر اساس بهترین مدلی که رفتار اهداف را نمایانگر باشد عمل می‌کند [۲۵].

$$P(m_k^{(j)} | Z^{1:k}) = \sum_{\langle i \rangle} P(m_k^{(i)} | m_{k-1}^{(i)}, Z^{1:k-1}) P(m_{k-1}^{(i)} | Z^{1:k-1}) = \sum_{\langle i \rangle} \pi_{ij} \mu_{k-1}^{(i)} = \mu_{k|k-1}^{(j)} \quad (۵)$$

$P(m_k^{(j)} | Z^{1:k})$  به معنی احتمال درست بودن مدل  $j$  در گام زمانی  $k$  ام، و به شرط مشاهدات تا زمان  $k$  ام است.

<sup>1</sup> likelihood

#### ۴- روش IMM-CKF

فیلتر کاملن مکعبی از یک تبدیل حجمی برای تقریب گوسی وزن دار استفاده می کند و نیازی به محاسبه ماتریس ژاکوبین توابع حالت غیرخطی و توابع اندازه گیری ندارد. همچنین گسترش ماتریس کوواریانس، مستلزم خطی سازی سیستم غیرخطی نبوده که به همین سبب در کاربردهای وسیعی مورد توجه قرار گرفته است. فیلتر کاملن مکعبی، این مزیت را دارد که برای تمامی سیستم ها با عوامل غیرخطی کم تا زیاد کاربرد دارد. در واقع فیلتر کاملن مکعبی یک روش عددی دقیق برای مسائل تخمین با ابعاد بالا است. در این روش میانگین و کوواریانس تمامی چگالی داده ها توسط یک روش انتگرال گیری با کارایی بسیار بالا موسوم به قاعده مکعبی<sup>۱</sup> محاسبه می گردد. به طور ویژه در این روش از قواعد درجه سوم کروی - شعاعی استفاده می شود تا انتگرال هایی با فرم (چگالی گاوسی  $\times$  تابع غیرخطی) را به صورت عددی با استفاده از تعداد نقاط مکعبی محاسبه کند. در حالتی که تعداد نقاط مکعبی وزن دار شده متقارن برابر با  $m$  در نظر گرفته شود، معادلات به صورت زیر حاصل می شوند [۳۴].

$$\int f(x)N(x, 0, I_n)dx = \omega \sum_{i=1}^m f(\xi_i) \quad (14)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{m}{2}}[-I_n, I_n] \quad (15)$$

$$\omega = \frac{1}{m}, m = 2n \quad (16)$$

$$x_k = f(M_{k-1}^j, x_{k-1}, u_{k-1}) + v_{k-1}^j \quad (17)$$

$$z_k = h(M_k^j, x_k, u_k) + w_{k-1}^j$$

در این معادلات ماتریس نقاط مکعبی می باشد و وزن را تشکیل می دهد. نیز ماتریس واحد با ابعاد  $n$  را نشان می دهد که  $n$  تعداد متغیرهای فضای حالت سیستم است. مدل فضای حالت سیستم نیز به صورت معادله (۱۷) در نظر گرفته می شود [۳۱]. که در آن  $M_k^j$  نشان دهنده  $j$  امین مدل (حالت) است که در مرحله زمانی  $k-1$  اعمال می شود. ساختاری از الگوریتم IMM بر اساس CKF در شکل (۲) نشان داده شده است.

این الگوریتم را می توان به صورت زیر خلاصه کرد [۳۴]:

وضعیت پیش بینی شده یک مدل چقدر با اندازه گیری های واقعی مشاهده شده همسو است.

$$L_k^{(j)} = N(\tilde{Z}_k^{(j)}; 0, P_k^{zz(j)}) \quad (10)$$

احتمال مدل

$$\mu_k^{(j)} = \frac{L_k^{(j)} \mu_{k|k-1}^{(j)}}{\sum_{\langle i \rangle} L_k^{(i)} \mu_{k|k-1}^{(i)}} \quad (11)$$

• ترکیب تخمین ها

به دست آوردن تخمین نهایی، شامل محاسبه ترکیب تخمین به کمک رابطه (۱۲) و محاسبه کوواریانس ترکیب تخمین توسط رابطه (۱۳) انجام می گردد.

$$\hat{X}_{k|k} = \sum_{\langle i \rangle} \hat{X}_{k|k}^{(i)} \mu_k^{(i)} \quad (12)$$

$$P_{k|k}^{xx} = \sum_{\langle i \rangle} (P_{k|k}^{(i)} + (\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^{(i)})(\hat{X}_{k|k} - \hat{X}_{k|k}^{(i)})') \mu_k^{(i)} \quad (13)$$

تعداد مدل های پیش فرض برای توصیف رفتار سیستم، از دیگر عوامل تأثیرگذار بر IMM است. هرچه تعداد مدل های بیشتری برای سیستم ارائه شود، امکان ردگیری حالت های سیستم در تمام مدهای ممکن بیشتر می شود. البته باید دقت شود که اگر تعداد زیادی از مدل ها هم انتخاب شود روند تخمین با حجم محاسباتی بالایی روبه رو می شود.

یکی دیگر از مواردی که تأثیر بسزایی در عملکرد فیلترهای کاملن و مخصوصاً فیلتر کاملن توسعه یافته دارد، شرایط اولیه است ( $\hat{X}_0^{(i)}$  و  $P_{00}^{xx(i)}$ ). هر چه بتوان این شرایط اولیه را نزدیک به موقعیت هدف انتخاب کرد اعتماد به همگرایی تخمین بیشتر می باشد. انتخاب  $\mu_0^{(i)}$  مناسب بر کارکرد IMM تأثیر زیادی دارد. در آغاز، به علت اینکه اطلاعاتی از مدل هدف در دسترس نیست، وزن یکسانی به تمام مدل ها اختصاص میابد. همچنین، هرچه ماتریس های کوواریانس نویز  $R$  و  $Q$  بزرگ و یا خیلی کوچک انتخاب شوند، روند تخمین با اختلال مواجهه می شود. در برخی از شرایط روند تخمین را بسیار لخت و کند و در برخی از شرایط روند تخمین را به واگرایی میل می دهد. بهترین انتخاب از کوواریانس های  $R$  و  $Q$ ، داشتن اطلاعات کافی از نویزهای سیستم و اندازه گیری است. انتخاب تابع همانندی، انتخاب ماتریس انتقال مدل مناسب و تعداد مدل های پیش فرض برای توصیف رفتار سیستم از دیگر عوامل تأثیرگذار بر روند IMM است.

<sup>1</sup> Cubature

تجزیه چولسکی<sup>۱</sup> یک تجزیه از ماتریس مثبت معین هرمیتی، به ضربی از یک ماتریس پایین یا بالا مثلثی و ترانهاده مزدوج آن است که استفاده از آن موجب می‌گردد تا ماتریس کوواریانس  $P_{k-1|k-1}^j$  با مشکل خارج شدن از حالت مثبت معین، روبرو نشود. سپس با استفاده از ماتریس به دست آمده از تجزیه چولسکی، محاسبه نقاط مکعبی توسط روابط (۲۲) به دست می‌آید.

$$X_{i,k-1|k-1}^j = S_{k-1|k-1}^j \xi_i^j + \hat{x}_{k-1|k-1}^j \quad (22)$$

$$(i=1,2,3,\dots,\alpha) \quad \alpha=2n$$

و نقاط مکعبی توزیع شده نیز که همان نقاط نمونه هستند، از انتشار نقاط مکعبی توسط معادله حالت در (۲۳) بدست می‌آیند.

$$X_{i,k-1|k-1}^{*j} = f(X_{i,k-1|k-1}^j, u_{k-1}^j) \quad (23)$$

محاسبه فضای حالت و کوواریانس حالت پیش‌بینی نیز از رابطه‌های (۲۴) و (۲۵) محاسبه می‌شوند.

$$\hat{x}_{k|k-1}^j = \left(\frac{1}{\alpha}\right) \sum_{i=1}^{\alpha} X_{i,k-1|k-1}^{*j} \quad (24)$$

$$P_{k|k-1}^j = \left(\frac{1}{\alpha}\right) \sum_{i=1}^{\alpha} X_{i,k-1|k-1}^{*j} X_{i,k-1|k-1}^{*j T} - \hat{x}_{k|k-1}^j \hat{x}_{k|k-1}^{j T} + Q_{k-1}^j \quad (25)$$

#### مرحله دوم: به‌روزرسانی اندازه‌گیری‌ها

در این مرحله نیز، پس از فاکتورگیری به کمک رابطه (۲۶) و محاسبه نقاط کیوپچر و نقاط کیوپچر توزیع شده از روابط (۲۷) و (۲۸)، فضای حالت پیش‌بینی از معادله (۲۹) به دست می‌آید.

$$P_{k|k-1}^j = S_{k|k-1}^j S_{k|k-1}^{j T} \quad (26)$$

$$X_{i,k-1|k-1}^j = S_{k|k-1}^j \xi_i^j + \hat{x}_{k|k-1}^j \quad (27)$$

$$X_{i,k-1|k-1}^j = h(X_{i,k-1|k-1}^j, u_k^j) \quad (28)$$

$$\hat{z}_{k|k-1}^j = (1/\alpha) \sum_{i=1}^{\alpha} Z_{i,k|k-1}^j \quad (29)$$

#### • برهم‌کنش

با شروع از  $\hat{x}_{k-1|k-1}^i, P_{k-1|k-1}^i$ ، شرایط اولیه ترکیبی برای فیلتر متناسب با  $M_k^j$  محاسبه می‌شود:

$$\hat{x}_{k-1|k-1}^{0j} = \sum_{i=1}^r \hat{x}_{k-1|k-1}^i \mu_{k-1|k-1}^{ij} \quad i, j = 1, \dots, r \quad (18)$$

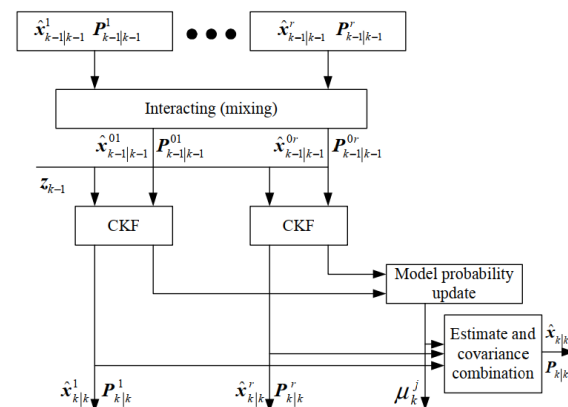
$$P_{k-1|k-1}^{0j} = \sum_{i=1}^r \mu_{k-1|k-1}^{ij} \times \{P_{k-1|k-1}^i + [\hat{x}_{k-1|k-1}^i - \hat{x}_{k-1|k-1}^{0j}] \cdot [\hat{x}_{k-1|k-1}^i - \hat{x}_{k-1|k-1}^{0j}]^T\} \quad (19)$$

$$i, j = 1, \dots, r$$

که در آن:

$$\mu_{k-1|k-1}^{ij} = \frac{1}{c_j} P_{ij} \mu_{k-1}^i \quad i, j = 1, \dots, r \quad (20)$$

و  $\mu_{k-1}^i$  احتمال مدل  $M^i$  در زمان  $k-1$  و  $c_j = \sum P_{ij} \mu_{k-1}^i$  ثابت نرمالیزه است.



شکل (۲). الگوریتم IMM-CKF [۳۴]

#### • فیلتر کردن تطبیقی مدل

##### مرحله اول: به‌روزرسانی گام زمانی

در زمان  $k$  فرض می‌شود که تابع چگالی مرحله قبل به صورت:  $p(x_{k-1}|D_{k-1}) = N(x_{k-1}|P_{k-1|k-1})$  است [۳۴] در این حالت با استفاده از تجزیه چولسکی داریم:

$$P_{k-1|k-1}^j = S_{k-1|k-1}^j S_{k-1|k-1}^{j T} \quad (21)$$

<sup>1</sup> Cholesky

$$\hat{x}_{k|k} = \sum_{j=1}^r x_{k|k}^j \mu_k^j \quad (38)$$

$$P_{k|k} = \sum_{j=0}^r \mu_k^j \{P_{k|k}^j + [\hat{x}_{k|k}^j - \hat{x}_{k|k}] [\hat{x}_{k|k}^j - \hat{x}_{k|k}]^T\} \quad (39)$$

برای مجموعه مدل  $\{M_k^j\}_{j=1}^r$ ، مدل‌های جداگانه باید تعریف شوند. فرض کنید حرکت هدف توسط دو مدل ( $r=2$ ) توصیف شده است: مدل سرعت ثابت و مدل مانوردار. مدل اول در یک فضای حالت چهاربعدی زندگی می‌کند که با موقعیت  $x$  و  $y$  و سرعت  $x$  و  $y$  تعریف می‌شود. مدل دوم بردار حالت مدل CV را با یک پارامتر کنترلی اضافی (نرخ چرخش) به نام  $\omega$  تقویت می‌کند. شبه کد الگوریتم در جدول ۱ نمایش داده شده است.

#### جدول (۱). نمایش شبه کد IMM-CKF با استفاده از BOT

شروع
مقداردهی اولیه
مقداردهی اولیه متغیرهای حالت، کوواریانس سیستم
مقداردهی اولیه تعداد مودهای سیستم، ماتریس انتقال مدل
برای هر گام زمانی
اندازه‌گیری زاویه سمت
برای هر مود سیستم
% بروز رسانی اندازه‌گیری با فیلتر کردن
محاسبه مقدار پیش‌بینی شده متغیرهای حالت
محاسبه کوواریانس خطای پیش‌بینی شده
محاسبه ماتریس کوواریانس ابداع و کوواریانس متقابل
محاسبه بهره کالمن و متغیرهای حالت
محاسبه دنباله ابداع بر اساس تفاوت مقدار اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده
% بروز رسانی انتقال مدل
محاسبه تابع همانندی
محاسبه ماتریس انتقال مدل به کمک دنباله ابداع
بروز رسانی احتمال مدل بر اساس احتمال انتقال مدل
% بروز رسانی حالت ترکیبی
ایجاد نقاط سیگما با استفاده از تکنیک تولید نقاط مکعبی
انتشار نقاط سیگما از طریق مدل سیستم
تخمین حالت و کوواریانس پیش‌بینی شده از نقاط سیگما
محاسبه متغیرهای حالت توزیع شده از حل معادله ترکیبی
محاسبه کوواریانس حالت توزیع شده از حل معادله ترکیبی
پایان حلقه
پایان حلقه
اتمام الگوریتم

#### ۵- مدل‌های حرکت هدف

همان‌طور که گفته شد، این فیلتر از دو یا چند مدل برای توصیف حرکت اهداف استفاده می‌نماید. در این مقاله برای حرکت هدف دو مدل سرعت ثابت و شتاب‌دار در نظر گرفته شده است. مدل حرکتی هدف در مختصات دوبعدی با سرعت ثابت، به صورت مدل شتاب نويز سفید مستقیم مطرح می‌شود:

حال جهت محاسبه کوواریانس خطا و نیز کوواریانس متقابل خطا، به ترتیب از رابطه‌های (۳۰) و (۳۱) استفاده می‌شود.

$$P_{zz,k|k-1}^j = (1/\alpha) \sum_{i=1}^{\alpha} Z_{i,k|k-1}^j Z_{i,k|k-1}^{jT} - \hat{z}_{k|k-1}^j \hat{z}_{k|k-1}^{jT} + R_k^j \quad (30)$$

$$P_{xz,k|k-1}^j = (1/\alpha) \sum_{i=1}^{\alpha} X_{i,k|k-1}^j Z_{i,k|k-1}^{jT} - \hat{x}_{k|k-1}^j \hat{z}_{k|k-1}^{jT} \quad (31)$$

سرانجام بهره کالمن و همچنین، متغیرهای حالت به همراه کوواریانس خطای معادل از روابط (۳۲) تا (۳۴) محاسبه می‌گردند.

$$W_k^j = P_{xz,k|k-1}^j P_{zz,k|k-1}^{j-1} \quad (32)$$

$$\hat{x}_{k|k}^j = \hat{x}_{k|k-1}^j + W_k^j (z_k^j - \hat{z}_{k|k-1}^j) \quad (33)$$

$$P_{k|k}^j = P_{k|k-1}^j - W_k^j P_{zz,k|k-1}^j W_k^{jT} \quad (34)$$

#### • بروز رسانی احتمال مدل

تابع همانندی متناظر، با رابطه (۳۵) ارائه می‌شود:

$$L_k^{(j)} = \frac{1}{\sqrt{|2\pi S_k^j|}} \exp\left[-\frac{1}{2} (v_k^j)' S_k^j v_k^j\right] \quad (35)$$

که  $v_k^j$  باقیمانده اندازه‌گیری شده و  $S_k^j$  کوواریانس مدل  $M^j$  است. احتمال هر مدل  $M^j$  به صورت روابط (۳۶) و (۳۷) محاسبه می‌شود:

$$c = \sum_{j=1}^n L_k^{(j)} \bar{c}_j \quad (36)$$

$$\mu_k^j = \frac{L_k^{(j)} \bar{c}_j}{c} \quad (37)$$

که  $c$  پارامتر نرمالیزه است.

• تخمین و ترکیب کوواریانس خروجی تخمین و ترکیب کوواریانس‌ها از حل معادله ترکیبی روابط (۳۸) و (۳۹) به دست می‌آید:



$$\bar{G} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} \quad (48)$$

بردار نویز به صورت  $\bar{W}_k = [W_{x,k}, W_{y,k}, W_{\omega,k}]'$  فرض می‌شود. در این مدل نامعینی‌ها به صورت عدم قطعیت جمع‌شونده با پارامتر سرعت خطی و زاویه‌ای در نظر گرفته می‌شود. به طوری که فرض  $a_i(t) = 0$  با قطعیت برقرار نیست و حرکت هدف دارای شتاب نویزی است. برای  $\bar{G}W_k$  ماتریس کوواریانس به صورت معادله (۴۹) است:

$$Q_{CT,k} = cov(\bar{G}W_k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T^4\sigma_{x,k}^2 & \frac{1}{2}T^2\sigma_{x,k}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}T^2\sigma_{x,k}^2 & T^2\sigma_{x,k}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}T^4\sigma_{y,k}^2 & \frac{1}{2}T^2\sigma_{y,k}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}T^2\sigma_{y,k}^2 & T^2\sigma_{y,k}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T\sigma_{\omega,k}^2 \end{bmatrix} \quad (49)$$

## ۶- نتایج شبیه‌سازی

ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی در دو سناریو انجام گرفته است. در سناریوی اول، مسئله ردیابی با تغییر پارامترهای حرکت مشاهده‌گر انجام می‌شود و نتایج آن در حالت‌های مختلف مقایسه می‌شود و در سناریوی دوم، روش انتخابی با روش‌های تخمین جدید ارائه شده، با مسیر حرکت یکسان مقایسه می‌شود.

### • ۱-۶- سناریوی اول

مسیر حرکت به گونه‌ای انتخاب می‌شود تا بتوان عملکرد فیلتر را در مانور بسیار بالا مشاهده کرد، منظور از مانور بالا، چرخش با سرعت زاویه زیاد است که شاید در واقعیت انجام مانور آن امکان‌پذیر نباشد؛ ولی به جهت نمایش دقت تخمین در شبیه‌سازی اعمال می‌شود. به همین منظور سناریو طوری در نظر

$$X'_k = FX'_{k-1} + Gw_{k-1} \quad (40)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

در مدل مانوردار هدف برخلاف حالت سرعت ثابت، دارای شتاب است. اگر فرض شود که زاویه بین بردار  $\vec{e}_t$  و محور  $x$  برابر  $\varphi$  باشد و  $i$  و  $j$  بردارهای یک‌در راستای  $x$  و  $y$  باشند، بردار متغیر حالت به صورت روابط (۴۱) تا (۴۴) به دست می‌آید:

$$v_x(t) = v(t) \cos(\varphi(t)) \quad (41)$$

$$v_y(t) = v(t) \sin(\varphi(t))$$

$$\vec{v}_x(t) = v(t) \cos(\varphi(t)) \cdot \vec{i} \quad (42)$$

$$\vec{v}_y(t) = v(t) \sin(\varphi(t)) \cdot \vec{j}$$

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{a_n(t)}{V(t)} \quad (43)$$

$$X_k = [x_k \quad v_{x,k} \quad y_k \quad v_{y,k} \quad \omega_k] \quad (44)$$

اگر  $\omega_k$  که میزان نرخ چرخش در گام زمان  $k$  ام است، نامعلوم باشد باید این متغیر، جزو متغیرهای حالت به حساب آید. در نتیجه برای تخمین حالت اضافه‌شده از توصیف مدل وینر استفاده می‌شود و متغیرهای حالت به شکل معادله (۴۵) اصلاح می‌شود:

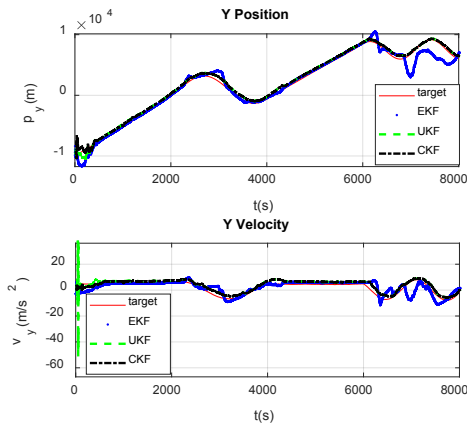
$$\omega_{k+1} = \omega_k + w_{\omega,k} \quad (45)$$

که در این رابطه  $w_{\omega,k}$  یک نویز با مشخصات گوسی با میانگین صفر است. در نتیجه:

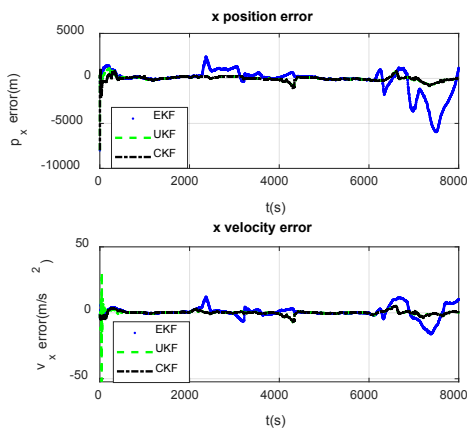
$$X_{k+1} = F_{\omega,k} X_k + \bar{G}w_k \quad (46)$$

$$F_{\omega,k} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} & 0 & \frac{\cos(\omega_k T) - 1}{\omega_k} & 0 \\ 0 & \cos(\omega_k T) & 0 & -\sin(\omega_k T) & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega_k T)}{\omega_k} & 1 & \frac{\sin(\omega_k T)}{\omega_k} & 0 \\ 0 & \sin(\omega_k T) & 0 & \cos(\omega_k T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (47)$$

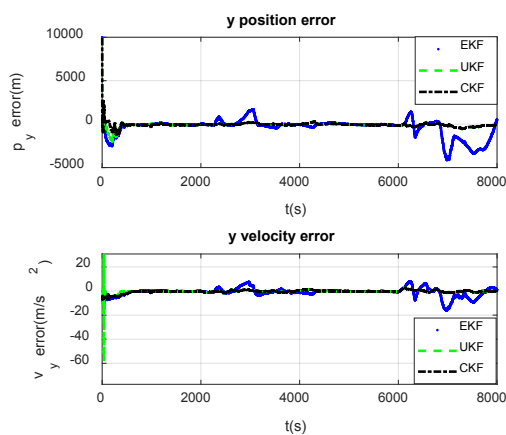
شکل (۴). مقایسه ردیابی پارامترهای موقعیت و سرعت  $x$ . افزایش خطا و سخت‌تر شدن فرایند ردیابی در زمان‌هایی که مانور اتفاق می‌افتد در شکل ۴ و ۵ به خوبی قابل مشاهده است.



شکل (۵). مقایسه ردیابی پارامترهای موقعیت و سرعت  $y$ .



شکل (۶). مقایسه خطای عملکردی فیلترها برای  $x$  سناریوی اول

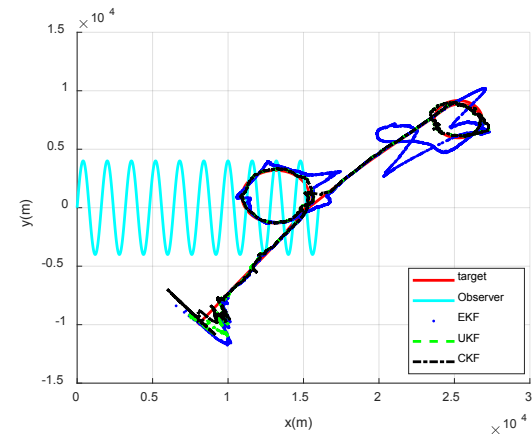


شکل (۷). مقایسه خطای عملکردی فیلترها برای  $y$  سناریوی اول

تخمین انجام شده توسط سه فیلتر مختلف IMM-EKF و IMM-UKF و IMM-CKF در شکل ۳ نشان داده شده است. همان‌طور که

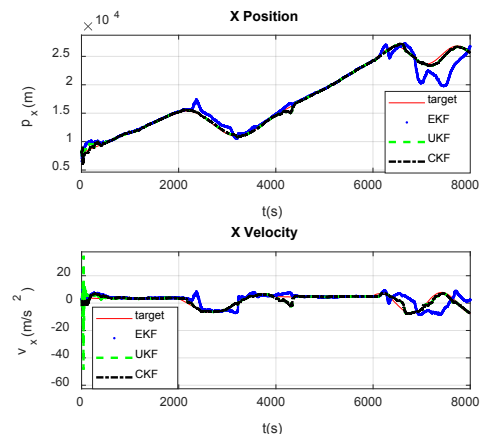
گرفته می‌شود که هم دارای مانور به سمت چپ و هم مانور به سمت راست سریع باشد. همچنین، مسیر مشاهده‌گر باید به نحوی در نظر گرفته شود که از بابت مشاهده‌پذیری نگرانی وجود نداشته باشد. برای این منظور، معمولاً مسیر مشاهده‌گر به صورت منحنی دایره‌ای و یا سینوسی در نظر گرفته می‌شود که در این سناریو از مسیر سینوسی استفاده شده است.

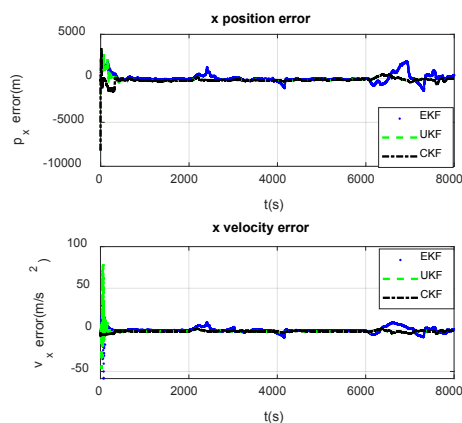
موقعیت اولیه هدف در  $(-10\text{km}, 8\text{km})$  و سرعت ثابت  $(3\text{m/s}, 3\text{m/s})$  فرض می‌شود بعد از ۲۰۰۰ ثانیه هدف با سرعت زاویه‌ای  $\omega = 0.003\text{rad/s}$  حرکتی مانوری انجام می‌دهد و بعد از آن با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. سپس در زمان ۶۰۰۰ ثانیه با سرعت زاویه‌ای  $\omega = -0.005\text{rad/s}$  مانوری انجام می‌دهد. این مانور تا زمان ۸۰۰۰ ثانیه ادامه می‌یابد.



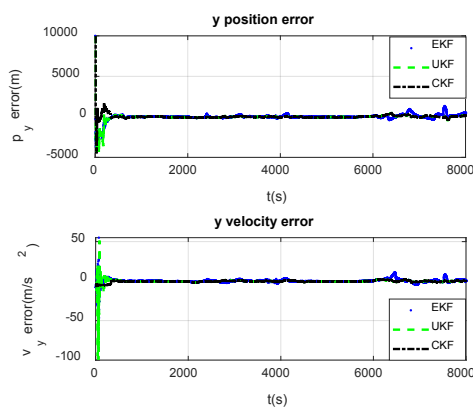
شکل (۳). مسیر ردیابی هدف مانوردار توسط فیلترهای مختلف

برای تضمین مشاهده‌پذیری، مشاهده‌گر با دامنه ۴۰۰۰ متر و فرکانس  $\omega = \pi/400$  نوسان می‌کند. در ادامه تأثیر نحوه حرکت مشاهده‌گر در فرایند ردیابی بررسی می‌گردد.





شکل (۹). مقایسه ردیابی پارامترهای سیستم توسط فیلترهای مختلف



شکل (۱۰). مقایسه ردیابی پارامترهای سیستم توسط فیلترهای مختلف همچنین، خطای ردیابی هدف با افزایش مانور مشاهده‌گر، برای موقعیت و سرعت در محور  $x$  و  $y$  به ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ نمایش داده شده است. انجام این تغییر، تأثیر زیادی در بهبود عملکرد تخمین EKF شده و خطای آن را به شدت کاهش داده است و در شکل ۸، تخمین همگونی تری از فیلترهای مختلف دیده می‌شود.

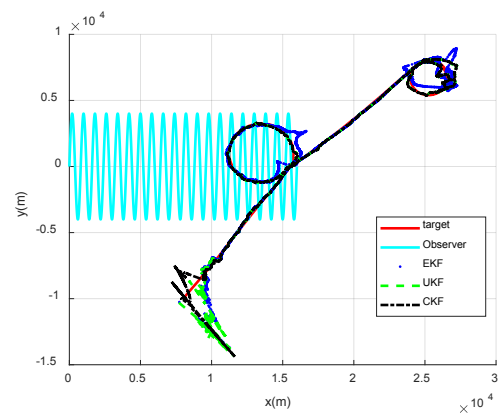
برای مقایسه دقیق‌تر خطای عملکردی در فیلترهای استفاده شده، مقدار خطای RMS در حالتی که فرکانس نوسان مشاهده‌گر  $\omega = \pi/200$  و  $\omega = \pi/400$  است، با ۱۰۰ بار اجرای مونت کارلو به صورت جدول ۲ به دست آمده است.

جدول (۲). نمایش RMS خطای ردیابی با ۱۰۰ بار اجرای مونت کارلو

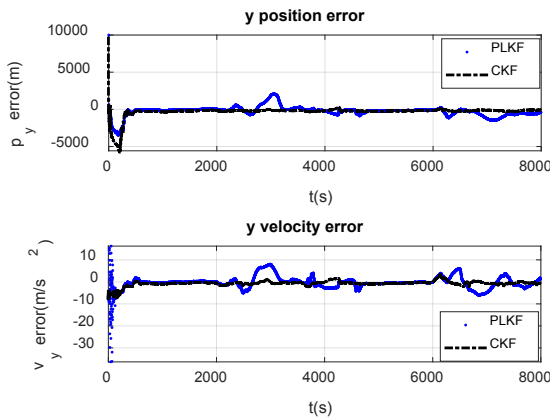
	$\omega = \pi / 400$			$\omega = \pi / 200$		
	IMM-EKF	IMM-UKF	IMM-CKF	IMM-EKF	IMM-UKF	IMM-CKF
PX(m)	۱۳۶۷/۷	۳۷۶/۶۸	۳۷۱/۵۳	۴۴۸/۴۲	۲۹۰/۵۳	۲۲۶/۶۸
VX(m/s)	۴/۴۴	۱/۸۴	۱/۴۶	۲/۹۵۴	۱/۳۴	۱/۳۱۱
PY(m)	۱۰۶۲/۵	۳۸۵/۴۹	۳۳۱/۹۷	۳۹۹/۳۹	۳۱۷/۰۸	۱۷۲/۲۶

واضح است، در زمان وقوع مانور خطای فیلتر IMM-EKF زیاد می‌شود. در IMM-UKF عملکرد فیلتر در این سناریو خوب است؛ ولی نگرانی از بابت خطای گرد کردن در آن همواره وجود دارد. برای نمایش بهتر تخمین تمامی پارامترهای حالت، روند ردیابی برای هر کدام از متغیرهای حالت، به تفکیک در شکل ۴ و ۵ نمایش داده است.

سپس در ادامه با افزایش فرکانس برای حرکت مشاهده‌گر، ردیابی توسط فیلترهای مختلف بررسی می‌گردد که در آن  $\omega = \pi / 200$  افزایش می‌یابد.



شکل (۸). مقایسه ردیابی پارامترهای سیستم توسط فیلترهای مختلف افزایش نوسان حرکت مشاهده‌گر باعث می‌شود که در بازه طی شده تغییر زاویه بیشتری نسبت به هدف صورت پذیرد که این تغییرات سریع زاویه موجب بروز رسانی بهتر اندازه‌گیری‌ها توسط مشاهده‌گر شده و تخمین بهتری صورت می‌پذیرد. روند ردیابی، پس از افزایش نوسان مشاهده‌گر در شکل ۸ مشاهده می‌شود، باید توجه داشت که در عمل اتفاق افتادن همچنین، مانوری توسط مشاهده‌گر و هدف امکان ندارد و تنها جهت شبیه‌سازی و بررسی این تغییرات در شبیه‌سازی اعمال شده است.



شکل (۱۲). مقایسه خطای عملکردی فیلترها برای  $y$  در سناریوی دوم در جدول ۳ نیز مقادیر RMS به دست آمده حاکی از آن است که عملکرد فیلتر PLKF از IMM-EKF بهتر است، اما با توجه به نمودار شکل ۱۱ و ۱۲، به علت خطای بیشتر در زمان انجام مانورها، فیلتر IMM-CKF مقادیر RMS کمتری را به خود اختصاص می‌دهد.

جدول (۳). نمایش RMS خطای ردیابی با ۱۰۰ بار اجرای مونت کارلو

	PX(m)	VX(m/s)	PY(m)	VY(m/s)
PLKF	۵۰۳/۵	۲/۱۱	۵۳۶/۱۲	۲/۲۳
IMM-CKF	۳۵۱/۷	۱/۳۶	۳۶۳/۴۷	۱/۴

## ۷- نتیجه‌گیری

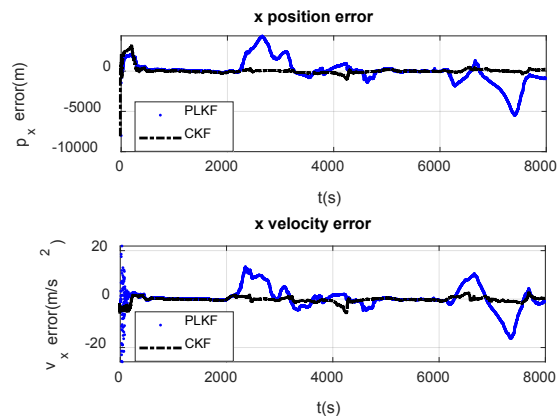
استفاده از فیلترهای برهم‌کنشی به دلیل داشتن رفتار تطبیقی، این قابلیت را فراهم می‌کنند تا از بین مدل‌های ارزیابی شده برای تخمین مدل هدف، مدلی انتخاب شود که بیشترین هماهنگی را با مدل واقعی هدف داشته باشد. این انتخاب برخط در هر گام زمانی، باعث کاهش خطای ردیابی هدف می‌گردد. در این مقاله، مقایسه‌ای بین فیلترهای IMM-EKF، IMM-UKF، IMM-CKF و PLKF صورت پذیرفت و عملکرد بهتر IMM-CKF در زمان‌هایی که هدف مانورهای سریع انجام می‌دهد، نشان داده شد. باتوجه به نیاز IMM-EKF به خطی‌سازی و محاسبه ماتریس جاکوبین می‌توان نتیجه گرفت که IMM-UKF و IMM-CKF از هزینه محاسباتی و زمان مورد نیاز کمتری برای برخوردار است. هر چند IMM-UKF هم تخمین خوبی ارائه می‌دهد، اما با توجه به محدودیت‌های UKF برای دستیابی به دقت مناسب در مواجهه با سیستم‌هایی با

VY(m/s) ۳/۵۲ ۱/۶۴ ۱/۲۳ ۲/۴۳ ۱/۴۷ ۱/۲۲

همان‌طور که در جدول ۲ مشخص شده است، در این آزمایش با افزایش فرکانس حرکت مشاهده‌گر افزایش می‌یابد و خطای فیلتر استفاده شده در شبیه‌سازی افزایش می‌یابد و خطای کمتری حاصل می‌شود. همچنین، در این حالت نیز خطای RMS به دست آمده از روش IMM-CKF از سایر فیلترها کمتر و تخمین دقیق‌تری را داراست.

## • ۲-۶- سناریوی دوم

در سناریوی دوم، عملکرد IMM-CKF با  $\omega = \pi / 400$  و روش PLKF پیشنهادی در مرجع [۳۵] مقایسه می‌شود. برای این منظور، نمودار خطای ردیابی برای هر دو روش در شکل ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است تا مقایسه به درستی صورت پذیرد. نمودار RMS خطای ردیابی، در جدول شماره ۳ به تفکیک متغیرهای حالت ثبت شده است. در شکل ۱۱ و ۱۲ مشاهده می‌شود که به علت در نظر گرفتن شرایط اولیه فیلتر متفاوت از شرایط واقعی، در ابتدای مسیر فیلتر IMM-CKF خطای بالاتری دارد، اما در ادامه، زمانی که مسیر به مانورها می‌رسد، خطای فیلتر PLKF زیاده‌تر شده و نسبت به IMM-CKF عملکرد ضعیف‌تری را از خود نشان می‌دهد که این موضوع نشان از عملکرد مناسب فیلتر IMM-CKF در مانورهای بالا دارد.



شکل (۱۱). مقایسه خطای عملکردی فیلترها برای  $x$  در سناریوی دوم

$W$	بردار نویز سیستم
$W_k^j$	بهره کالمن در گام $j$ ام
$x$	مؤلفه افقی صفحه مختصات
$X$	ماتریس حالت سیستم
$y$	مؤلفه عمودی صفحه مختصات
$Z$	مقدار مشاهدات در گام‌های زمانی
$\tilde{Z}$	تابع خطای اندازه‌گیری
$\alpha$	تعداد نقاط کیوپچر
$\xi$	ماتریس نقاط کیوپچر
$\theta$	زاویه بین هدف و مشاهده‌گر
$\mu$	پیش‌بینی احتمال مدل سیستم
$\pi$	ماتریس انتقال مدل
$\sigma$	مقدار انحراف معیار
$\omega$	مقدار فاز
$\omega_i$	وزن ماتریس کیوپچر

ابعاد بالا، می‌توان CKF را ترجیح داد. لازم به ذکر است که CKF درجه سه در مقایسه با UKF، پارامترهای قابل تنظیم تقریباً یکسانی دارد و این دو فیلتر از نظر هزینه محاسباتی و زمانی تفاوت چندانی سی و مقایسه شد. نتایج این شبیه‌سازی بر این موضوع دلالت دارد که مانورهای سریع‌تر مشاهده‌گر، باعث نتایج دقیق‌تر ردیابی از روی با یکدیگر ندارند. برای بررسی بهتر تأثیر حرکت مشاهده‌گر در روند ردیابی، با افزایش فرکانس حرکت مشاهده‌گر، خطای تخمین برر سمت می‌شود.

در ادامه این پژوهش پیشنهاد می‌شود که ترکیب فیلتر CKF با IMM مرتبه دوم برای کاهش خطای تخمین استفاده شود. در حالت کلی، IMM مرتبه دوم از مدل مارکوف مرتبه دوم برای تخمین استفاده می‌کند که می‌تواند خطای تخمین را کاهش دهد. همچنین، می‌توان با طراحی مانور بهینه مشاهده‌گر به کاهش خطای تخمین کمک نمود.

## ۹-مراجع

1. Y. Li et al. "A passive detection and tracking divers method based on energy detection and EKF algorithm", *Cluster Computing*, vol. 7, pp. 1-10. Sep, 2017. <https://doi.org/10.1007/s10586-017-1397-z>.
2. S. M. Zabihi Madah, and S. A. Seyedin, "Estimation of moving ground target parameters in single-antenna loop artificial aperture radar". *Radar*, vol. 4, no. 4, pp. 49-63, 2015. [in persian]
3. J. Su, Y.A. Li, and W. Ali, "Underwater angle-only tracking with propagation delay and time-offset between observers". *Signal Proces*, vol. 176, p. 107581, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2020.107581>.
4. M. Golabi, A. Sheikhi, and M. Biguesh, "Target Localization by One Element Reciever Using Frequency Diverse Array Radars". *Radar*, vol. 8, no. 2, pp. 97-109, 2020. [in persian]. <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23454024.1399.8.2.10.7>
5. A.G. Lingren, and K.F. Gong, "Position and Velocity Estimation Via Bearing Observations". *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, *AES*, vol. 14, pp. 564-577, 1978. <https://doi.org/10.1109/TAES.1978.308681>.
6. B. Liu, et al. Underwater Target Tracking in Uncertain Multipath Ocean Environments. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 56, pp. 4899-4915, 2020. <https://doi.org/10.1109/TAES.2020.3003703>.
7. B.O.L. Jagan, and S.K. Rao, "Underwater surveillane in non-Gaussian noisy environment". *Meas. Control*, vol. 53, pp. 250-261, 2020. <https://doi.org/10.1177/0020294019877515>.
8. S. Xu, K. Doğançay, and H. Hmam, "3D AOA target tracking using distributed sensors with multi-hop information sharing". *Signal Process*, vol. 144, pp. 192-200, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.10.014>.
9. S. Xu, K. Doğançay, and H. Hmam, "Distributed pseudolinear estimation and UAV path optimization

## ۸-پیوست

جدول متغیرها

$c$	عبارت نرمالیزه سازی احتمال
$F$	ماتریس سیستم
$G$	ماتریس اندازه‌گیری
$H$	ماتریس اندازه‌گیری در گام‌های زمانی
$k$	مقدار گام‌های زمانی
$L$	توزیع تابع همانندی
$m$	مدل سیستم
$M$	مجموعه مدل‌های سیستم
$N$	تعداد متغیرهای فضای حالت
$P$	تابع چگالی احتمال
$p$	کوواریانس اولیه
$Q$	کوواریانس نویز سیستم
$R$	کوواریانس نویز اندازه‌گیری
$S$	مود سیستم
$t$	زمان
$T$	گام گسسته‌سازی کیلی هامیلتون
$V$	بردار سرعت
$v$	نویز اندازه‌گیری
$w$	نویز گوسی با میانگین صفر

- Processing*. Vol. 126, pp.103497, 2022 Jun 30. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2022.103497>.
26. Y. Wang *et al.* "Dynamic propagation characteristics estimation and tracking based on an EM-EKF algorithm in time-variant MIMO channel", *Inf. Sci.* vol. 408, pp. 70–83, Oct, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2017.04.035>.
  27. H. Chen *et al.* "The Tracking Estimation of Maneuvering UAVs Based on Enhanced Convergence IMM-EKF". *In Proceedings of 2022 International Conference on Autonomous Unmanned Systems (ICAUS 2022)* .pp. 2591-2600, 2023. [https://doi.org/10.1007/978-981-99-0479-2\\_239](https://doi.org/10.1007/978-981-99-0479-2_239).
  28. I. Arasaratnam and S. Haykin, "Cubature Kalman filters," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 54, no. 6, pp. 1254–1269, 2009. <https://doi.org/10.1109/TAC.2009.2019800>.
  29. Q. Ge, D. Xu, and C. Wen, "Cubature information filters with correlated noises and their applications in decentralized fusion," *Signal Process.* vol. 94, pp. 434–444, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2013.06.015>
  30. J. Salem; M. Zaighami and M. Alavi. "Modeling the trajectory of LEO satellites and their tracking with extended Kalman filter (EKF) and sampled Kalman filter (UKF)". *Radar*, vol. 2, pp. 2-9, 2013. [in persian]
  31. R. Song, X. Chen, Y. Fang, and H. Huang. "Integrated navigation of GPS/INS based on fusion of recursive maximum likelihood IMM and square-root cubature Kalman filter". *ISA transactions*. pp. 105:387-95, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2020.05.049>
  32. W. Zhu, W. Wang, and G. Yuan, "An improved interacting multiple model filtering algorithm based on the cubature Kalman filter for maneuvering target tracking", *Sensors*. vol. 16, no. 6, p. 805, 2016. <https://doi.org/10.3390/s16060805>
  33. H. Liu, and W. Wu, "Interacting multiple model (IMM) fifth-degree spherical simplex-radial cubature Kalman filter for maneuvering target tracking". *Sensors*. vol. 17, no. 6, p. 1374, Jun 2017. <https://doi.org/10.3390/s17061374>
  34. M. Wan, P. Li, and T. Li. "Tracking maneuvering target with angle-only measurements using IMM algorithm based on CKF." *In 2010 International conference on communications and mobile computing*, vol. 3, pp. 92-96. IEEE, 2010. <https://doi.org/10.1109/CMC.2010.239>
  35. Z. Huang, S. Chen, and C. Hao, "Orlando, D. Bearings-Only Target Tracking with an Unbiased PseudoLinear Kalman Filter". *Remote Sens*, vol. 13, p. 2915, 2021. <https://doi.org/10.3390/rs13152915>
  - for 3D AOA target tracking". *Signal Process*, vol. 133, pp. 64–78, 2017. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.10.012>.
  10. L. He, P. Gong, X. Zhang, and Z. Wang, "The Bearing-Only Target localization via the Single UAV: Asymptotically Unbiased Closed-Form Solution and Path Planning". *IEEE Access*, vol. 7, pp. 153592–153604, 2019. [10.1109/ACCESS.2019.2947455](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2947455).
  11. A. Rutkowski, and A. Kawalec, "Some of Problems of Direction Finding of Ground-Based Radars Using Monopulse Location System Installed on Unmanned Aerial Vehicle". *Sensor*, vol. 20, p. 5186, 2018. <https://doi.org/10.3390/s20185186>.
  12. D.T. Pham, "Some quick and efficient methods for bearing-only target motion analysis". *IEEE Trans. Signal Process*, vol. 41, pp. 2737–2751, 1993. <https://doi.org/10.1109/78.236499>.
  13. S.V. Alavi panah, N. Zarei, and MM. Golmahaleh, "discrimination of sea chaff in search mode based on deep learning algorithm". *Radar*, vol. 10, no. 1, 2023. [in persian] <https://dor.isc.ac/dor/20.1001.1.23454024.1401.10.1.10.9>
  14. J. Kim, T. Suh, and J. Ryu, "Bearings-only target motion analysis of a highly manoeuvring target". *IET Radar Sonar Navig*, vol. 11, pp. 1011–1019, 2017. <https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2016.0455>.
  15. H. Wu, S. Chen, B. Yang, and K. Chen, "Robust Derivative-Free Cubature Kalman Filter for Bearings-Only Tracking". *J. Guid. Control Dyn.* vol. 39, pp. 1865–1870, 2016. <https://doi.org/10.2514/1.G001686>.
  16. B. Ristic, J. Houssineau, and S. Arulampalam, "Robust target motion analysis using the possibility particle filter". *IET Radar Sonar Navig*, vol. 13, pp. 18–22, 2018. <https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2018.5144>.
  17. H.W. Zhang, and W.X. Xie, "Constrained auxiliary particle filtering for bearings-only maneuvering target tracking". *J. Syst. Eng. Electron*, vol. 30, pp. 684–695, 2019. <https://doi.org/10.21629/JSEE.2019.04.06>.
  18. Z. Ayham, S. Thomas, and D.A. Shannon, "Optimal Shadowing Filter for a Positioning and Tracking Methodology with Limited Information". *Sensors*, vol. 19, 931, 2019. <https://doi.org/10.3390/s19040931>.
  19. M. Ebrahimi, AF. Ehyaei, "Bearing only tracking for maneuver target using nonlinear second-order Markov model". *Journal of Space Science and Technology*, vol. 15, no. 53, pp.11-22, 2022. [in persian]
  20. C. Chen, W. Zhou, L. Gao, "A novel robust IMM filter for jump Markov systems with heavy-tailed process and measurement noises". *Digital Signal Processing*, pp.104003, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2023.104003>.
  21. Jwo, JH. Lai, and Y. Chang, "Interacting Multiple Model Filter with a Maximum Correntropy Criterion for GPS Navigation Processing". *Applied Sciences*. vol. 13, no. 3, pp. 1782, 2023. <https://doi.org/10.3390/app13031782>.
  22. X. Wei, B. Hua, Y. Wu, and Z. Chen. "A Pearson-type VII Distribution with Adaptive Parameters Selection Based Interacting Multiple Model Kalman Filter". *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*. 2023. <https://doi.org/10.1109/TCSII.2023.3252597>.
  23. A.E. Arslan, "Range Parameterized Bearings Only Tracking Using Particle Filter." *Ph.D. - Doctoral Program, Middle East Technical University*, 2012.
  24. H. Li, L. Yan, Y. Xia, and J. Zhang. "Distributed multiple model filtering for markov jump systems with communication delays. *Journal of the Franklin Institute*". Vol. 360, no. 4, pp.3407-35, 2023 Mar. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2022.11.019>.
  25. M. Ebrahimi, M. Ardeshiri, SA. Khanghah, "Bearing-only 2D maneuvering target tracking using smart interacting multiple model filter". *Digital Signal*