

---

## **Path Planning and Target Allocation for a Group of Cooperative UAVs in a Noise Jamming Mission**

**A. Foroozan Mehr, S. M. M. Dehghan<sup>\*</sup>**

<sup>\*</sup> Assistant Professor, Electrical and Computer University Complex, Malik Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

(Received: 09/08/2021, Accepted: 05/02/2022)

### **Abstract**

In this research we look for finding a way to suppress the radars of an integrated air defense system with the help of a group of cooperative UAVs using noise jamming. The purpose of this research is to propose a target allocation and path planning algorithm so that the UAVs can fly closer to their target without the risk of being detected. The objectives of optimization are reducing the usage of resources like the operation time, increasing noise level in the radar receivers and reducing the probability of UAVs being detected by search radars. The probability of detection depends on the relative positions and orientations of UAVs to each radar and the number of UAVs assigned for jamming each radar. To simplify the computational complexity of solving the path planning problem on a continuous domain, we discretize the airspace and use a honeycomb sampling method instead of the uniform sampling method. This discretization reduces the path planning to a ‘shortest constrained path over a finite graph’ problem. In this method we sample more points in the regions where the optimal path is more likely to deviate from a straight-line. The target allocation problem can be turned into a finite graph too, and solved using the pulse algorithm. Eventually with the help of computer simulations, the effectiveness of the proposed algorithms is examined in a typical mission of cooperative UAVs, jamming an integrated air defense system.

**Keywords:** Noise Jamming, Cooperative UAVs, Path Planning, Shortest Constrained Path, Pulse Algorithm in Finite Directed Graph, Honeycomb Sampling

## طراحی مسیر و تخصیص رادار برای گروهی از پهپادهای همکار با مأموریت اخلاص نویزی

عباس فروزان مهر<sup>۱</sup>، سید محمدمهدی دمقان<sup>۲\*</sup>

۱- کارشناسی ارشد مکترونیک، ۲- استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

(دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۱۸، پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۱۶)

## چکیده

این پژوهش به دنبال ایجاد اخلاص در یک سامانه راداری یکپارچه متعلق به یک سیستم پدافند هوایی به کمک گروهی از پهپادهای همکار با استفاده از روش اخلاص نویزی می‌باشد. برای این منظور بایستی در ضمن تخصیص بهینه اخلاص‌گرها به هر یک از رادارها، مسیری مناسب برای نفوذ به این سامانه با کمترین احتمال شکست عملیات طراحی شود. بهینه‌سازی با هدف کم شدن استفاده از منابع شامل زمان عملیات، افزایش اختلالات در سیستم رادارها و کاهش احتمال آشکارسازی پهپادها انجام می‌گیرد. احتمال آشکارسازی تابعی از موقعیت و جهت نسبی پهپادها و رادارها و تعداد اخلاص‌گر اختصاص داده شده به هر رادار می‌باشد. با توجه به پیچیدگی محاسباتی، یافتن مسیر بهینه در فضای پیوسته، از گسسته‌سازی میدان نبرد با نمونه‌برداری غیریکنواخت به روش لانه‌زنبوری به جای نمونه‌برداری یکنواخت استفاده می‌شود. این گسسته‌سازی، مسیریابی را به حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر مقید روی یک گراف محدود تبدیل می‌نماید. این روش در هر ناحیه‌ای که احتمال انحراف مسیر از خط مستقیم بیشتر باشد، تراکم نمونه‌برداری را افزایش می‌دهد. مسئله تخصیص بهینه اخلاص‌گرها به رادارها نیز به گراف محدودی تبدیل شده و با استفاده از الگوریتم پالس حل می‌شود. در پایان اثربخشی الگوریتم‌های پیشنهادی با شبیه‌سازی یک مأموریت نوعی ایجاد اخلاص توسط گروهی از پهپادهای همکار در برابر سامانه پدافند هوایی یکپارچه دشمن نشان داده شده است.

**کلید واژه‌ها:** اخلاص نویزی، پهپادهای همکار، مسیریابی، کوتاه‌ترین مسیر مقید، الگوریتم پالس در گراف جهت‌دار محدود، نمونه‌برداری

## لانه‌زنبوری

اخلاص از راه نزدیک<sup>۳</sup> تقسیم نمود [۲]، [۴] و [۶].

## ۱- مقدمه

استفاده از هواپیماهای مخصوص جنگ الکترونیک، گران‌قیمت بوده و احتمال تلفات جانی را در پی دارد. هم‌اکنون با پیشرفت تکنولوژی ساخت پهپادهای کوچک‌تر، ارزان‌تر، با قدرت پردازش بیشتر ممکن شده است. با این پیشرفت‌ها زمینه استفاده از روش‌های مبتنی بر همکاری پهپادها برای ایجاد اخلاص در سامانه‌های پدافندی فراهم شده است. گروه پهپادها می‌تواند مانند آریه‌ای از فرستنده‌ها عمل کرده و قابلیت حمله الکترونیک را افزایش دهد؛ علاوه بر این، به دلیل کوچک‌تر بودن، تشخیص پهپادها برای رادار دشمن دشوارتر است؛ بنابراین، پهپادها بدون افزایش احتمال شکست مأموریت می‌توانند به رادارها نزدیک‌تر شوند که این امر موجب کاهش توان موردنیاز تجهیزات حمله الکترونیکی و کوچک‌تر شدن آن‌هاست [۷]؛ درعین حال این اندازه کوچک‌تر سبب کمتر بودن ظرفیت ترابری پهپادها می‌شود؛ در نتیجه با استفاده از روش اخلاص از راه نزدیک در عملیات سرکوب پدافند هوایی دشمن، از مزایای اندازه کوچک پهپادها بهره‌برداری حداکثری می‌شود.

با فراگیر شدن سامانه‌های پدافندی، استفاده از روش‌های سرکوب پدافند هوایی دشمن (SEAD)<sup>۱</sup> به ضرورتی در میدان‌های نبرد تبدیل شده است. این سرکوب به دو صورت نابودی فیزیکی یا ایجاد اخلاص و فریب در عملکرد آن‌ها از طریق جنگ الکترونیک انجام می‌شود [۱]. با توجه به وابستگی سامانه‌های پدافند هوایی برای تشخیص و تعیین موقعیت، ردیابی مسیر و سرعت اهداف خود به رادارها، با ایجاد اخلاص در عملکرد رادارها با کمک پدیده جنگ الکترونیک می‌توان به سرکوب پدافند هوایی نائل آمد [۲]. اخلاص رادار با ایجاد یا هدایت امواج الکترومغناطیسی به گیرنده آن به دو صورت مکانیکی و الکترونیکی، صورت می‌گیرد [۳]. روش‌های الکترونیکی مقابله با رادارها، (ECM)<sup>۲</sup> نیز خوانده شده و به دو دسته کلی فریب رادار با تولید سیگنالی مشابه با سیگنال بازگشتی از هدف و اخلاص نویزی تقسیم می‌شوند [۲]، [۴] و [۵]. از نظر تاکتیکی می‌توان اخلاص رادار را به دو دسته کلی اخلاص از راه دور<sup>۳</sup> توسط هواپیمای مخصوص جنگ الکترونیک و

از کاربردهای دیگر گروه پهپادهای همکار می‌توان به نظارت بر نواحی شهری ناشناخته با استفاده از کنترل خودمختار حرکت

\* رایانامه نویسنده مسئول: Smmmd@mut.ac.ir

<sup>1</sup> Suppression of Enemy Air Defenses<sup>2</sup> Electronic Countermeasure<sup>3</sup> Stand-off Jamming<sup>4</sup> Stand-in Jamming

محدودیت‌های پرواز پهپادها از جمله زمان پرواز، شعاع دور زدن و سرعت آن‌ها نیز در حل مسئله مسیریابی بهینه در نظر گرفته شده است. به علاوه با محدود کردن زمانی که پهپادها در معرض احتمال آشکارسازی بالا قرار می‌گیرند، از کاهش احتمال شکست عملیات اطمینان حاصل شده است.

در ادامه مبانی ایجاد اخلاخ در رادار با استفاده از روش اخلاخ نویزی، پارامترها و روابط آن بررسی خواهد شد. سپس در بخش سوم کلیات الگوریتم پیشنهادی برای حل مسئله مسیریابی بهینه توضیح داده می‌شود. سپس مبانی مسیریابی حداقل ریسک از جمله قضایای مربوط و نتایج آن‌ها، روش گسسته‌سازی میدان نبرد، نحوه نمونه‌برداری از آن و الگوریتم پالس برای یافتن مسیر بهینه در گراف‌های جهت‌دار محدود بررسی می‌شود. در پایان بخش سوم جزئیات الگوریتم تخصیص هدف به اخلاخگرها با استفاده از الگوریتم پالس شرح داده می‌شود. در بخش چهارم روند شبیه‌سازی کامپیوتری، فرضیات و شرایط در نظر گرفته شده، یافتن مدل مناسب سطح مقطع راداری پهپاد و احتمال آشکارسازی رادار و نتایج شبیه‌سازی کامپیوتری بررسی می‌شود. بخش پنجم نتیجه‌گیری و فعالیت‌های آتی را شرح داده است.

## ۲- مبانی ایجاد اخلاخ در رادار با استفاده از اخلاخ نویزی

برای ایجاد اخلاخ در رادار، مهم‌ترین پارامترها نسبت توان سیگنال اخلاخگر ( $J$ ) به توان سیگنال بازگشتی رادار از هدف ( $S$ ) و شعاع رؤیت رادار است [۲۰]؛ لذا برای لحاظ نمودن اهمیت این پارامترها در سنجش میزان اخلاخ ایجادشده، پارامتر اثربخشی اخلاخ با استفاده از این پارامترها تعریف می‌گردد.

### ۲-۱- اثربخشی اخلاخ

هنگامی که از  $m$  اخلاخگر در برابر  $n$  رادار استفاده شود، اثربخشی اخلاخ رادار با استفاده از برهم‌نهی توان سیگنال هر اخلاخگر شماره  $i$  بر رادار شماره  $j$  یعنی  $J_{i,j}$  محاسبه می‌شود؛ لذا اثربخشی اخلاخ بر رادار شماره  $j$  به صورت رابطه ۱ به دست می‌آید [۶].

$$(J/S)_j = \frac{\sum_{i=1}^m J_{i,j}}{S_j} \quad (1)$$

در اینجا  $S_j$  یعنی توان سیگنال بازگشتی به رادار شماره  $j$  از هدفی که بزرگ‌ترین سطح مقطع راداری را دارد، با استفاده از رابطه ۲ محاسبه می‌شود [۶].

$$S_j = \frac{k_j^S \sigma(\theta_{el}, \theta_{az})}{R_t^4} \quad (2)$$

بر پایه یادگیری تقویتی<sup>۱</sup> [۸]، دفاع از پایگاه‌های نظامی دورافتاده با کمک پهپادهای گشت‌زن و جنگی در برابر تهدید تک‌تیرانداز، خمپاره‌انداز و پهپاد دشمن [۹]، نبرد هوایی گروه پهپادها در برابر یکدیگر با هدف حفاظت از پایگاه خودی و نابودی پایگاه دشمن به صورت نظری [۱۰] و عملی در قالب چالشی که توسط DARPA<sup>۲</sup> برای دانشجویان دانشگاه‌های ارتش، نیروی هوایی و نیروی دریایی آمریکا در سال ۲۰۱۵ میلادی طرح شد [۱۱] و [۱۲] و حمله به پایگاه دشمن به منظور نابودی اهداف حساسی که توسط توپ‌های ضد هوایی و موشک‌های سطح به هوا محافظت می‌شوند با استفاده از گروه پهپادهای شناسایی، اخلاخگر و جنگی [۱۳] اشاره نمود.

تاکنون مسئله مسیریابی هواپیما یا پهپاد در میدان نبرد در حضور رادارهای دشمن با روش‌های مختلف بررسی شده است. یافتن مسیر برای گروه پهپادها با هدف فریب شبکه راداری و ایجاد هدف مجازی<sup>۳</sup> در مرجع [۱۴] در سه بعد حل شده است. مرجع [۱۵] این مسئله را با فرض نایقینی در موقعیت رادارها، با هدف کاهش احتمال شناسایی فریب و زمان پرواز مورد بررسی قرار داده است. در مرجع [۱۶] این مسئله به صورت تحلیلی و قطعی با کمک مدل‌سازی سطح مقطع راداری هواپیما با استفاده از شکل بیضوی و گسسته‌سازی فضای سه‌بعدی با در نظر گرفتن محدودیت زمان پرواز پهپادها به کمک محدود کردن حداکثر طول مسیر بهینه حل شده است. در مرجع [۱۷] این مسئله با متغیر در نظر گرفتن سرعت پرواز و ثابت فرض کردن سطح مقطع راداری هواپیما حل می‌شود. در مرجع [۱۸] این مسئله در دو بعد با استفاده از الگوریتم تولید غیرخطی مسیر (NTG)<sup>۴</sup> با اضافه کردن قید محدودیت در شعاع دور زدن پهپاد و قید محدودیت در زمان‌هایی که پهپاد در معرض احتمال آشکارسازی بالا قرار دارد، حل می‌شود. موضوع مسیریابی پهپادها با هدف اخلاخ نویزی تنها در مرجع [۱۹] مورد بررسی قرار گرفته است. در این مرجع قیدی روی مسیر بهینه اعمال نشده و برای سطح مقطع راداری پهپاد تنها دو مقدار ثابت در نظر گرفته شده است؛ علاوه بر این، مسئله تخصیص هدف به اخلاخگرها به دلیل تعداد کم آن‌ها به انتخاب رادار با بیشترین احتمال آشکارسازی کاهش یافته است. در مقاله حاضر سعی شده از مدل دقیق‌تری برای سطح مقطع راداری پهپادها و احتمال آشکارسازی آن‌ها در برابر رادار نوعی استفاده شود؛ علاوه بر این مسئله، تخصیص هدف بهینه به اخلاخگرها در طول مسیر با کمک الگوریتم پالس در گراف‌های جهت‌دار محدود حل شده است؛ همچنین

<sup>1</sup> Reinforcement Learning

<sup>2</sup> Defense Advanced Research Projects Agency

<sup>3</sup> Phantom Track Generation

<sup>4</sup> Nonlinear Trajectory Generation

## ۲-۲- احتمال آشکارسازی

احتمال آشکارسازی گروه پهپادها در برابر هر رادار با افزایش فاصله پهپادها با آن رادار کاهش یافته و با افزایش سطح مقطع راداری افزایش می‌یابد. هنگامی که  $m$  اخلاصگر رادار شماره  $z$  را مورد هدف قرار بدهند احتمال آشکارسازی این پهپادها توسط آن رادار با کمک گرفتن از رابطه ۵ و با فرض اینکه هر مقدار سطح مقطع راداری پهپادها کوچکتر از سطح مقطع راداری مجاز باشد، احتمال آشکارسازی کمتر می‌شود، به صورت رابطه ۶ محاسبه می‌شود.

$$PD_j = \begin{cases} \frac{\sigma(\theta_{el}, \theta_{az})}{\sigma^{burn}(R_j)}, & \sigma(\theta_{el}, \theta_{az}) \leq \sigma^{burn}(R_j) \\ 1, & \sigma(\theta_{el}, \theta_{az}) > \sigma^{burn}(R_j) \end{cases} \quad (6)$$

احتمال آشکارسازی پهپادها توسط رادار شماره  $z$  در بازه زمانی  $dt$ ، با  $PD_j dt$  نمایش داده می‌شود؛ بنابراین، احتمال آشکارسازی نشدن پهپادها توسط  $n$  رادار به صورت رابطه ۷ است.

$$PND_k = \prod_{j=1}^n (1 - PD_j dt) \quad (7)$$

توجه شود که  $PD_j$  تابعی از موقعیت و سرعت پهپادها و موقعیت رادار شماره  $z$  است. اگر پهپادها در امتداد مسیر  $\mathcal{R} \rightarrow [0, T]$ : پرواز کنند ( $\mathcal{R} \subset \mathbb{R}^2$ ) صفحه میدان نبرد را توصیف می‌کند، با فرض اینکه احتمال آشکارسازی آن‌ها بین هر دو قسمت از مسیر مستقل از هم باشد، احتمال آشکارسازی نشدن پهپادها در کل مسیر  $\rho$ ، با ضرب احتمال آشکارسازی نشدن تکه‌های مسیر و گرفتن حد  $dt \rightarrow 0$  از آن طبق رابطه ۸ به دست می‌آید.

$$PND = \lim_{dt \rightarrow 0} \prod_{k=0}^{T/dt} \prod_{j=1}^n (1 - PD_j dt) \quad (8)$$

با گرفتن لگاریتم از رابطه ۸ با توجه به برقرار بودن رابطه  $-\epsilon \approx \log(1 - \epsilon)$  به ازای هر  $\epsilon \ll 1$ ، می‌توان به رابطه ۹ دست یافت.

$$\log PND[\rho] = - \sum_{j=1}^n \int_0^T PD_j dt \quad (9)$$

رابطه ۹ را به صورت رابطه ۱۰ می‌توان بازنویسی نمود.

$$PND[\rho] = e^{- \int_0^T \sum_{j=1}^n PD_j dt} \quad (10)$$

در حل مسئله طراحی مسیر، باید احتمال آشکارسازی نشدن پهپادها در طول مسیر بیشینه شود. از آنجاکه تابع نمایی موجود

$k_j^S$  ثابت رادار شماره  $z$  است و به مشخصات آن از قبیل توان انتقالی، طول موج و بهره آنتن بستگی دارد.  $R_t$  فاصله هدف از رادار شماره  $z$  بوده و  $\sigma$  سطح مقطع راداری هدف است که به صورت نسبت توان بازگشتی بر واحد زاویه در جهت رادار به تراکم توانی که به هدف می‌رسد، تعریف می‌گردد. سطح مقطع راداری به زوایای سمت  $^1 (\theta_{az})$  و ارتفاع  $^2 (\theta_{el})$  هدف نسبت به رادار، بستگی دارد [۱۹].  $J_{i,j}$  با استفاده از رابطه ۳ محاسبه می‌شود [۶].

$$J_{i,j} = \frac{k_i^A G_{i,j}^R}{R_{i,j}^2} \quad (3)$$

$k_i^A$  ثابت اخلاصگر شماره  $i$  است و به مشخصات آن از قبیل توان تولید سیگنال، طول موج و بهره آنتن بستگی دارد.  $R_{i,j}$  فاصله اخلاصگر شماره  $i$  از رادار شماره  $z$  است.  $G_{i,j}^R$  بهره رادار شماره  $z$  است که به هم‌سویی اخلاصگر شماره  $i$  با پرتوی اصلی رادار شماره  $z$  بستگی دارد. هنگامی که این هم‌سویی رخ می‌دهد، اخلاص پرتوی اصلی و در غیر این صورت اخلاص پرتوی فرعی اتفاق می‌افتد. در حالت کلی بهره پرتوی فرعی بسیار کوچکتر از بهره پرتوی اصلی است و بسیاری از رادارها امواج قرارگرفته در راستای پرتوی فرعی را نادیده می‌گیرند؛ لذا اخلاص پرتوی فرعی بسیار ناکارآمد خواهد بود [۱۹].

همکاری پهپادها برای اخلاص رادار شماره  $z$  تنها وقتی مؤثر است که اثربخشی اخلاص روی این رادار یعنی  $J$  ( $J/S$ ) از مقدار مشخص حد اثربخشی اخلاص یعنی  $J_j^{burn}$  ( $J/S$ ) بیشتر باشد. حد اثربخشی اخلاص به مشخصات رادار و روش پردازش سیگنال بستگی دارد [۶].

با ترکیب روابط ۱ الی ۳ شرط اثربخشی اخلاص به صورت رابطه ۴ به دست می‌آید.

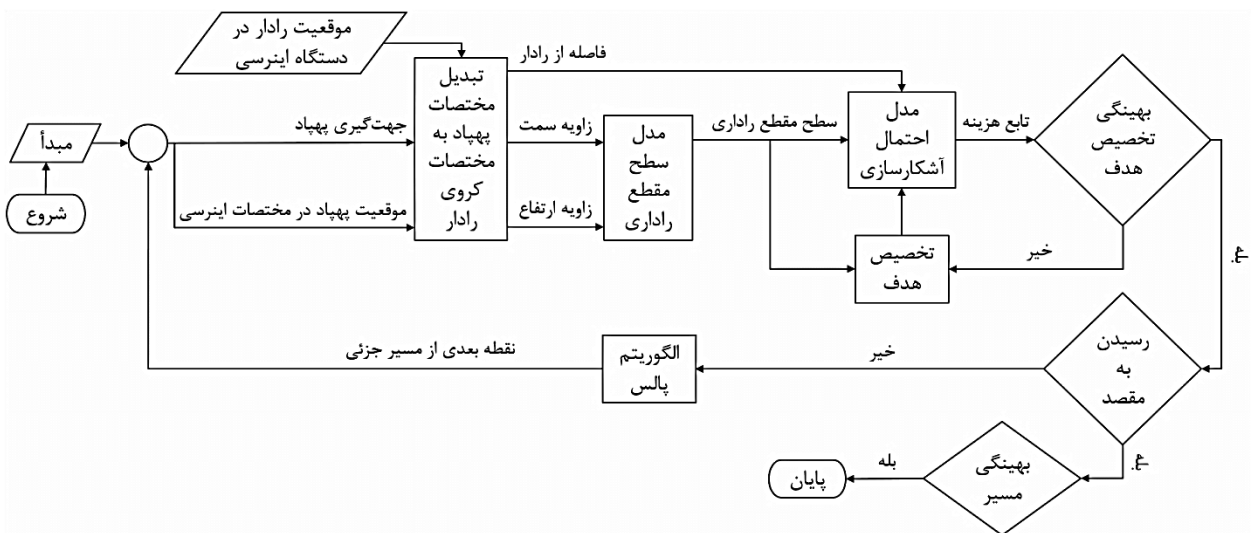
$$(J/S)_j = \frac{\sum_{i=1}^m R_{i,j}^2 k_i^A G_{i,j}^R}{k_j^S \sigma(\theta_{el}, \theta_{az})} \geq (J/S)_j^{burn} \quad (4)$$

برای مقادیر مختلف  $R_{i,j}$  اخلاص رادار شماره  $z$  تنها هنگامی موفق است که سطح مقطع راداری پهپاد هدف در رابطه ۵ صدق کند.

$$\sigma(\theta_{el}, \theta_{az}) \leq \sigma^{burn}(R_{i,j}) := \frac{\sum_{i=1}^m k_i^A G_{i,j}^R R_{i,j}^2}{k_j^S (J/S)_j^{burn}} \quad (5)$$

سمت راست رابطه ۵ حداکثر سطح مقطع راداری پهپاد هدف است که اخلاص در آن مقدار موفق خواهد بود. این مقدار سطح مقطع راداری مجاز ( $\sigma^{burn}$ ) نامیده می‌شود.

رادار و الگوی تخصیص هدف به اخلاک‌گرها می‌توان با استفاده از مدل احتمال آشکارسازی تابع هزینه مربوط به مختصات و سرعت پهپادها در میدان نبرد را به دست آورد. سپس توسط حلقه‌ای، الگوی تخصیص هدف در صورت بهینه نبودن تابع هزینه تغییر می‌یابد. در پایان نیز بررسی می‌شود که آیا این نقطه از فضا همان مقصد است، و در غیر این صورت الگوریتم پالس در گراف جهت‌دار محدود نقطه بعدی از مسیر جزئی را تولید می‌کند. مختصات و جهت‌گیری پهپادها در این نقطه به‌عنوان ورودی جدید به الگوریتم مسیریابی داده شده و حلقه کلی شبیه‌سازی تکرار می‌شود. اما اگر مسیر تولیدشده به مقصد رسید، این مسیر با مسیرهای کامل‌شده پیشین مقایسه شده و در صورت کمینه بودن تابع هزینه کلی آن، به‌عنوان مسیر بهینه گزارش شده و اجرای برنامه خاتمه می‌یابد.



شکل (۱). نمودار جریان الگوریتم پیشنهادی

$\mathcal{P}$  مجموعه تمام مسیرهای دو بار مشتق‌پذیر پیوسته تکه‌ای با سرعت واحد در  $\mathcal{R}$  است که از  $x_0$  شروع و به  $x_N$  ختم می‌شوند. به‌عبارت‌دیگر، مجموعه توابع پیوسته  $\mathcal{R} \rightarrow [0, T]$   $\rho$ : به‌ازای مقادیر مثبت  $T$  که:

$$(1) \text{ ابتدای آن } x_0 = \rho(0) \text{ و انتهای آن } x_N = \rho(T) \text{ است.}$$

(۲)  $\dot{\rho}$  و  $\ddot{\rho}$  در بازه  $[0, T]$  به‌جز در تعداد محدودی از نقاط وجود دارد.

(۳) در تمام نقاطی که این مشتق وجود دارد  $\|\dot{\rho}\|$  برابر یک است.

در نتیجه مسئله مسیریابی به شکل زیر فرمول‌بندی می‌شود.

پیدا کردن مسیر  $\rho^* \in \mathcal{P}$  که:

$$J[\rho^*] = \min_{\rho \in \mathcal{P}} J[\rho] \quad (11)$$

$J: \mathcal{P} \rightarrow [0, \infty)$  به‌صورت رابطه ۱۲ تعریف می‌شود.

در رابطه ۱۰ اکیداً نزولی است؛ لذا  $\int_0^T \sum_{j=1}^n PD_j dt$  باید کمینه شود [۲۱].

### ۳- الگوریتم پیشنهادی

کلیات مراحل حل مسئله مسیریابی بهینه در نمودار جریان شکل (۱) آمده است. با داشتن موقعیت رادارها، مبدأ حرکت پهپادها و جهت‌گیری ابتدایی آن‌ها در میدان نبرد حل مسئله آغاز می‌شود. سپس با تبدیل این جهت‌گیری و مختصات از دستگاه اینرسی به مختصات کروی به مرکز هر رادار، زوایای نسبی سمت و ارتفاع پهپادها با هر رادار محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از مدل سطح مقطع راداری که با کمک شبکه عصبی توسعه داده شده است، این زوایا به سطح مقطع راداری پهپادها نسبت به هر رادار تبدیل می‌شوند. آنگاه با داشتن سطح مقطع راداری، فاصله از هر

### ۳-۱- مسیریابی حداقل ریسک

هدف پیدا کردن مسیری پیوسته ( $\rho$ ) در صفحه میدان نبرد ( $\mathcal{R}$ ) بین نقاط ابتدا و انتهای مسیر ( $x_0, x_N \in \mathcal{R}$ ) می‌باشد که انتگرال تابع هزینه ( $\ell$ ) روی این مسیر کمینه شود و در نتیجه ریسک مورد هدف قرار گرفتن پهپادها توسط رادار دشمن یعنی  $(\ell = \sum_{j=1}^n PD_j)$  حداقل گردد. این تابع هزینه به موقعیت، سرعت و جهت حرکت پهپادها و موقعیت رادارها وابسته می‌باشد. با توجه به اینکه اگر تابع هزینه ثابت باشد، مسیر بهینه خط مستقیمی خواهد بود که نقاط  $x_0$  و  $x_N$  را متصل می‌کند، به این مسیریابی بهینه‌سازی کوتاه‌ترین مسیر گفته می‌شود [۲۱]. به‌منظور تأکید بر ثابت نبودن تابع هزینه و وابستگی آن به جهت حرکت، مسئله پیش رو بهینه‌سازی ناهمسان‌گرد کوتاه‌ترین مسیر<sup>۱</sup> نام‌گذاری می‌شود.

<sup>1</sup> Weighted Anisotropic Shortest-path Optimization.

که  $T = t_N$  و زمان های  $t_k$  به صورت بازگشتی توسط رابطه

۱۴ تعریف می شوند.

$$t_0 := 0, t_k = t_{k-1} + \|x_k - x_{k-1}\|, \forall k \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (14)$$

مجموعه تمام این مسیره با  $\mathcal{P}_x$  نشان داده می شود. قضیه ۱ نشان می دهد که محدود کردن جستجو برای مسیر بهینه به این گونه مسیره می تواند به یافتن جوابی به مقدار دلخواه نزدیک به جواب بهینه منتهی شود.

**قضیه ۱:** برای هر ثابت مثبت  $\epsilon$ ،  $A$  مجموعه محدود  $\mathcal{X}$  متشکل از تعداد  $N_\epsilon$  نقطه در  $\mathcal{R}$  وجود دارد که برای هر نقطه ابتدایی و انتهایی  $x_0, x_N \in \mathcal{R}$  رابطه ۱۵ برقرار است [۲۱].

$$\inf_{\rho \in \mathcal{P}_{\bar{x}}} J[\rho] - \epsilon \leq \inf_{\rho \in \mathcal{P}_{\|\bar{\rho}\| \leq A}} J[\rho] \leq \inf_{\rho \in \mathcal{P}_{\bar{x}}} J[\rho] \quad (15)$$

در رابطه ۱۵  $\bar{\mathcal{X}} := \mathcal{X} \cup \{x_0, x_N\}$  و  $\mathcal{P}_{\|\bar{\rho}\| \leq A}$  نشانگر مجموعه دو بار مشتق پذیر پیوسته در  $\mathcal{P}$  است که مشتق دوم آن به  $A$  محدود باشد. قضیه ۱ به صورت خلاصه بیان می کند که با محدود کردن مشتق دوم مسیره های ممکن به مقدار ثابت مثبت  $A$ ، مسیر بهینه ای می توان به دست آورد که تابع هزینه آن با تابع هزینه مسیر بهینه واقعی به مقدار ثابت مثبت  $\epsilon$  اختلاف دارد.

اثبات قضیه ۱ به ایجاد الگوریتم نمونه برداری لانه زنبوری کمک می کند. اثبات این قضیه در مرجع [۲۱] با کمک دو لم به تفصیل آمده است. در این مقاله تنها از نتایج لم ها و اثبات قضیه ۱ استفاده می شود.

### ۳-۱-۲- نمونه برداری لانه زنبوری از میدان نبرد

در حالت کلی، حل مسئله بهینه سازی روی مسیره های موجود در  $\mathcal{P}_{\bar{x}}$  با استفاده از الگوریتم های استاندارد تعیین کوتاه ترین مسیر بر گراف های محدود از قبیل الگوریتم پالس به سادگی قابل حل می باشد. مشکل اصلی در این الگوریتم، افزایش سریع تعداد نقاط  $N_\epsilon$  با کاهش  $\epsilon$  است. با این حال، با انتخاب مناسب نقاط می توان از این مشکل اجتناب کرد.

ایده اصلی اثبات قضیه ۱ این است که می توان مسیر تکه ای خطی  $\rho$  را به عنوان تقریبی از مسیر بهینه  $\rho^*$ ، با نمونه برداری به شکل تقریبی از مسیر بهینه  $\rho^*$  پیدا کرد به طوری که قیود زیر ارضا شوند.

(۱) فاصله بین نقاط نمونه متوالی  $x_k$  نباید از ثابت  $\epsilon_\delta$  بیشتر باشد.

(۲) هر نقطه نمونه برداری شده باید در محدوده ای به شعاع  $\epsilon_x$  از نقطه متناظر  $\rho^*(t_k)$  آن در مسیر بهینه باشد.

(۳) تفاضل بین مشتقات  $\rho^*$  و تقریب آن  $(\rho)$  نباید از ثابت  $\epsilon_v$

$$J[\rho] := \int_0^T \ell(\rho(t), \dot{\rho}(t)) dt \quad (12)$$

رابطه ۱۲ برای هر مسیر  $\rho: [0, T] \rightarrow \mathcal{R}$  در  $\mathcal{P}$  برقرار است.

فرض می شود که تابع هزینه  $\ell: \mathcal{R} \times \mathbb{R}^2 \rightarrow [0, \infty)$  پیوسته و مشتق پذیر باشد. حل این مسئله در فضای پیوسته با استفاده از رابطه همیلتون-ژاکوبی-بلمن (HJB) ممکن می شود، اما معمولاً یافتن جواب این رابطه از نظر محاسباتی دشوار است. برای غلبه بر این مشکل می توان به یافتن جواب بهینه تقریبی کفایت کرد. جوابی که لزوماً بهینه مطلق نیست اما تابع هزینه آن به مقدار دلخواه به جواب بهینه مطلق نزدیک است. به این منظور با انتخاب تعداد نقاط محدود  $\mathcal{X}$  در  $\mathcal{R}$  و جستجو در میان مسیره هایی که بین این نقاط به صورت گراف های محدود وزن دار ایجاد می شوند، با استفاده از الگوریتم پالس در گراف جهت دار محدود که در بخش بعدی بررسی خواهد شد جواب بهینه تقریبی به دست می آید.

از آنجاکه با افزایش ابعاد میدان نبرد تعداد نقاط مورد نیاز برای نمونه برداری از  $\mathcal{R}$  برای رسیدن به جواب تقریبی بهینه زیاد می شود، ضروری است از روشی غیر از نمونه برداری یکنواخت برای یافتن نقاط  $\mathcal{X}$  استفاده شود. بدین منظور از الگوریتم نمونه برداری لانه زنبوری که در مرجع [۲۱] توسعه داده شده است، استفاده می شود (برای مقایسه اثربخشی این روش نمونه برداری با روش های دیگر از جمله نمونه برداری یکنواخت به مرجع [۲۱] مراجعه شود). ایده اصلی این الگوریتم، نمونه برداری از  $\mathcal{R}$  به گونه ای است که در نواحی که احتمال انحراف مسیر بهینه از خط مستقیم بیشتر است، تراکم نمونه برداری بیشتر باشد.

### ۳-۱-۱- گسسته سازی میدان نبرد

گسسته سازی میدان نبرد با هدف یافتن نقاطی در فضا صورت می گیرد که کمینه تابع هزینه حاصل از تمام مسیره های ممکن که از این نقاط می گذرد، به مقدار دلخواه به تابع هزینه مسیر بهینه واقعی نزدیک باشد. همچنین گسسته سازی با محدود کردن جستجو برای یافتن نقاط مسیر بهینه به مجموعه  $\mathcal{X}$ ، به حل این مسئله سرعت می بخشد. با داشتن تعداد محدود نقاط  $\mathcal{X}$  که شامل  $x_0$  و  $x_N$  می باشد، مسیر  $\rho: [0, T] \rightarrow \mathcal{R}$  در  $\mathcal{P}$  نسبت به  $\mathcal{X}$  تکه ای خطی نامیده می شود اگر مجموعه  $\mathcal{X} \subset \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_N\}$  وجود داشته باشد که نقاط آن در رابطه ۱۳ صدق کند.

$$\rho(t) = x_{k-1} + \frac{x_k - x_{k-1}}{\|x_k - x_{k-1}\|} (t - t_{k-1}), \quad \forall t \in [t_{k-1}, t_k], k \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (13)$$

کوچک شدن رابطه ۱۶ به مقدار کافی برای تمام نقاط فضا اطمینان حاصل می‌شود.

۳) تشکیل مجموعه  $\mathcal{X}$  با نمونه‌برداری به اندازه کافی ریز از لبه‌های نمودار ورنوی به گونه‌ای که امکان انتخاب نقاط  $x_k$  در محدوده‌ای به شعاع  $\epsilon_x$  از هر نقطه‌ای که مسیر بهینه از لبه سلول‌ها عبور خواهد کرد، وجود داشته باشد.

توجه شود که افزایش تعداد ژنراتورهای نمودار ورنوی ( $K$ ) عبارت  $\|g_{x,k}\epsilon_x + g_{v,k}\epsilon_v + (g_{x,k} + Ag_{v,k})\|x_k - x_{k-1}\|$  را در رابطه ۱۶ کاهش می‌دهد، درحالی‌که افزایش تراکم نمونه‌برداری در لبه‌های نمودار ورنوی،  $\epsilon_x$  را کاهش خواهد داد.

از آنجاکه هدف از مسیریابی، کمینه شدن ریسک آشکارسازی پهپادها توسط رادارها می‌باشد؛ بنابراین، در طول مسیر اندازه سرعت پهپادها بیشینه ممکن فرض می‌شود؛ لذا سرعت پهپادها تنها تابع جهت حرکت آن‌ها ( $\psi$ ) است. موقعیت پهپادها نیز تنها در دو بعد تغییر می‌کند؛ در نتیجه رابطه ۱۹ به شکل رابطه ۲۱ ساده‌سازی می‌شود.

$$\left( \sup_{\psi \in [-\pi, \pi]} \sqrt{\left( \frac{\partial \ell}{\partial x_{uav}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \ell}{\partial y_{uav}} \right)^2} + \frac{A}{v_{max}} \left| \frac{\partial \ell}{\partial \psi} \right| \right)^2 \quad (21)$$

در این رابطه  $(x_{uav}, y_{uav})$  مختصات پهپادها در دستگاه اینرسی،  $v_{max}$  حداکثر سرعت پهپادها و  $A$  حداکثر شتاب آن‌ها می‌باشد.

### ۳-۱-۳- الگوریتم پالس در گراف جهت‌دار محدود

از اتصال نقاط مجاور مجموعه  $\mathcal{X}$  گراف جهت‌داری ( $G$ ) تشکیل می‌شود که رأس‌های آن اعضای مجموعه  $\mathcal{X}$  و یال‌های آن دارای وزن غیرمنفی  $c_{ij} = \int_0^{t_{ij}} \ell_{ij} d\tau$  می‌باشد  $\ell_{ij}$  تابع هزینه مسیری است که از نقطه  $x_i$  به  $x_j$  به شرط  $i \neq j$  رسم می‌شود و  $t_{ij}$  زمانی است که پهپادها بین این دو نقطه با حداکثر سرعت ممکن در خط مستقیم پرواز می‌کنند. هدف یافتن مسیری است که از نقطه  $x_0$  شروع و به نقطه  $x_N$  ختم می‌شود، تابع هزینه کلی را کمینه می‌کند و زمان طی مسیر بیشتر از حد مجاز  $T_c$  نمی‌شود. حل این مسئله که معروف به مسئله کوتاه‌ترین مسیر مقید (CSP)<sup>۱</sup> می‌باشد با استفاده از الگوریتم پالس در گراف جهت‌دار محدود که در مرجع [۲۲] توسعه یافته است، صورت می‌پذیرد. ایده اصلی این الگوریتم بسیار ساده ولی قدرتمند می‌باشد. این الگوریتم بر پایه انتشار پالس‌ها داخل شبکه از نقطه مبدأ به مقصد می‌باشد. با حرکت پالس بین رأس‌ها، مسیر جزئی  $P$  شامل رأس‌هایی که تاکنون از آن‌ها عبور کرده، تابع هزینه انباشته

بیشتر شود.

در نتیجه، با کوچک کردن مقادیر  $\epsilon_x$ ،  $\epsilon_v$  و  $\epsilon_\delta$  به اندازه کافی، می‌توان مسیر تکه‌ای خطی  $\rho$  را به دست آورد که تابع هزینه آن به مقدار دلخواه به  $\rho^*$  نزدیک باشد. با بررسی دقیق اثبات قضیه ۱ در مرجع [۲۱]، می‌توان نتیجه گرفت که  $\epsilon_\delta$  می‌تواند بزرگ باشد و تنها کوچک بودن مقادیر  $\epsilon_x$  و رابطه ۱۶ به‌ازای تمام مقادیر  $k$  کفایت می‌کند.

$$g_{x,k}\epsilon_x + g_{v,k}\epsilon_v + (g_{x,k} + Ag_{v,k})\|x_k - x_{k-1}\| \quad (16)$$

در رابطه ۱۶  $g_{x,k}$  و  $g_{v,k}$  به‌صورت روابط ۱۷ و ۱۸ تعریف می‌شوند.

$$g_{x,k} := \sup_{x \in \mathcal{R}, v \in \mathcal{V}} \nabla_x \ell(x, v) \quad (17)$$

$$g_{v,k} := \sup_{x \in \mathcal{R}, v \in \mathcal{V}} \nabla_v \ell(x, v) \quad (18)$$

$\nabla_x \ell$  و  $\nabla_v \ell$  به ترتیب گرادیان تابع هزینه نسبت به موقعیت و سرعت می‌باشد. رابطه ۱۶ نشان می‌دهد که  $\|x_k - x_{k-1}\|$  می‌تواند در برخی نواحی بزرگ شود به شرط آنکه  $g_{x,k} + Ag_{v,k}$  در آن نواحی به اندازه کافی کوچک باشد؛ لذا برای بهره بردن از این موضوع نباید از صفحه میدان نبرد به شکل یکنواخت نمونه‌برداری کرد، بلکه می‌توان رابطه ۱۶ را با نمونه‌برداری پراکنده، کوچک نگه داشت به شرط آنکه قطر سلول‌ها نسبت عکس با  $g_{x,k} + Ag_{v,k}$  داشته باشند. بدین‌صورت با انتخاب مناسب فواصل بین نقاط  $x_k$  تعداد نقاط نمونه‌برداری کمینه می‌شود. توجه شود که به‌منظور نگه‌داشتن نقاط نمونه  $x_k$  در محدوده‌ای به شعاع  $\epsilon_x$  از  $\rho^*(\tau_k)$  لبه‌های سلول‌ها باید با ظرافت نمونه‌برداری شود. این فاصله‌گذاری با اجرای الگوریتم زیر ممکن می‌شود.

۱) به‌صورت تصادفی  $K$  نقطه از مجموعه  $\mathcal{R}$  با چگالی احتمال متناسب با رابطه ۱۹ انتخاب شود.

$$\left( \sup_{v \in \mathcal{V}} \|\nabla_x \ell(x, v)\| + A \|\nabla_v \ell(x, v)\| \right)^2 \quad (19)$$

این چگالی احتمال به صورتی انتخاب شده است تا فاصله بین نقاط منتخب در یک ناحیه با رابطه ۲۰ تقریباً نسبت عکس داشته باشد. رابطه ۲۰ با  $g_{x,k} + Ag_{v,k}$  نسبت مستقیم دارد.

$$K \frac{1}{v} \sup_{v \in \mathcal{V}} \|\nabla_x \ell(x, v)\| + A \|\nabla_v \ell(x, v)\| \quad (20)$$

۲) نمودار ورنوی حاصل از این  $K$  نقطه رسم شود. اندازه سلول‌های به وجود آمده در یک ناحیه با فاصله بین نقاط در آن ناحیه تقریباً متناسب است که با رابطه ۲۰ نسبت عکس دارد؛ در نتیجه با انتخاب فاصله مناسب بین نقاط لبه نمودار ورنوی از

<sup>۱</sup> Constrained Shortest Path

هر مرتبه که تابع پالس با ورودی رأس مقصد ( $x_N$ ) فراخوانده شود، اطلاعات بهترین مسیر ذخیره شده و انتشار پالس متوقف می‌گردد. خطوط ۱ تا ۶ نشانگر معیارهای مختلف هرس کردن پالس هستند. اگر این پالس هرس نشد، طبق خط ۷ رأس  $x_k$  به مسیر جزئی اضافه می‌شود. خطوط ۸ تا ۱۲ پالس را با فراخواندن تابع پالس به صورت بازگشتی بر تمام رأس‌های عضو  $\mathcal{N}(x_k)$  منتشر می‌کند.

در این مقاله، از شش معیار زیر برای هرس کردن پالس‌های نامطلوب استفاده شده است. با کمک این معیارها بدون آنکه یافتن مسیر بهینه به خطر بیفتد، مسیرهای جزئی نامطلوب به محض تشخیص حذف شده و زمان اجرای الگوریتم مسیریابی به شکل قابل توجهی کاهش می‌یابد.

#### ۱) احتمال آشکارسازی غیرمجاز در زمان‌های طولانی:

هدف از این معیار حذف مسیریابی است که پهپادها را در زمان‌های طولانی به صورت متوالی، در معرض احتمال آشکارسازی بالا قرار می‌دهند. در این معیار کمتر بودن احتمال آشکارسازی متوسط هر رادار در مسیر جزئی  $P$  از حد مجاز، بررسی می‌شود. اگر این احتمال آشکارسازی برای یک رادار بیشتر از حد مجاز بود، زمانی که پهپادها در معرض آن قرار داشتند باید کوتاه‌تر از حد مجاز باشد.

#### ۲) زاویه چرخش غیرمجاز: این معیار برای جلوگیری از

ایجاد زوایای تند بین تکه‌های مسیر به منظور شبیه‌سازی محدودیت شعاع دور زدن پهپادها استفاده می‌شود. طبق این معیار باید زاویه بین هر دو تکه از مسیر بیشتر از ۹۰ درجه باشد.

#### ۳) تشکیل حلقه در مسیر: طبق این معیار عبور مجدد از

هر رأس در یک مسیر جزئی غیرمجاز می‌باشد.

#### ۴) مغلوب شدن زمان و تابع هزینه: هدف از ایجاد این

معیار حذف مسیرهای جزئی است که از رأس  $x_k$  گذشته درعین حال مسیرهای دیگری که از آن رأس می‌گذرند با تابع هزینه و زمان کمتری وجود دارد. بدین منظور برای هر رأس مقدار تابع هزینه و زمان جزئی تعدادی از بهترین مسیرها ذخیره شده و مسیرهای جزئی جدید با آن مقادیر مقایسه می‌شوند. با وجود این شرط، کمینه شدن زمان رسیدن به مقصد نیز جزو اهداف مسیریابی بهینه قرار می‌گیرد. با حذف شرط مغلوب شدن زمان، می‌توان مسیر بهینه‌ای یافت که تنها شرط کمتر بودن از زمان مجاز  $T_t$  را لحاظ نماید. در بخش شبیه‌سازی، مسیریابی با استفاده از هر دو روش بررسی خواهد شد.

$c(P)$  و زمان آن  $t(P)$  شکل می‌گیرد. هر پالس که به مقصد برسد شامل تمام اطلاعات مسیر پیداشده می‌باشد. اگر از انتشار پالس توسط معیارهای هرس کردن که برای اجرای سریع‌تر الگوریتم تعریف شده‌اند جلوگیری نشود، الگوریتم پالس تمام مسیرهای ممکن از مبدأ به مقصد را در نظر گرفته و مسیر بهینه  $\rho$  را پیدا می‌کند.

الگوریتم ۱ شبه‌کد الگوریتم پالس در گراف جهت‌دار محدود را نشان می‌دهد. در خطوط ۱ الی ۳، مسیر جزئی اولیه  $P$ ، تابع هزینه اولیه  $c^0$  و زمان اولیه  $t^0$  مقداردهی می‌شوند. خطوط ۴ و ۵ الگوریتم، کوتاه‌ترین مسیر ممکن از نظر تابع هزینه و زمان را بین تمام رأس‌ها و رأس مقصد می‌یابد ( $t1, c1$ ) به ترتیب تابع هزینه و زمان بین تمام رأس‌ها است). خط ۶ تابع بازگشتی پالس را با شروع انتشار از مبدأ فرامی‌خواند. خط ۷ مسیر بهینه پیداشده در بازگشت تابع پالس را به عنوان خروجی اعلام می‌کند.

```

Input:  $G, x_0, x_N, t1, c1$ 
Output: Optimal Path  $\rho$ 
1:  $P \leftarrow \{\}$ 
2:  $c^0 \leftarrow 0$ 
3:  $t^0 \leftarrow 0$ 
4:  $\text{shortestpathtree}(G, c1, x_N)$ 
5:  $\text{shortestpathtree}(G, t1, x_N)$ 
6:  $\text{pulse}(x_0, c^0, t^0, P)$ 
7: return  $\rho$ 

```

الگوریتم ۱: الگوریتم پالس در گراف جهت‌دار محدود [14]

```

Input:  $x_k, c, t, P$ 
Output: void
1: if  $\text{checkMaxPD}(x_k, t) = \text{true}$  then
2:   if  $\text{checkAngle}(x_k, P) = \text{true}$  then
3:     if  $\text{checkCycle}(x_k, P) = \text{false}$  then
4:       if  $\text{checkDominance}(x_k, t, c) = \text{false}$  then
5:         if  $\text{checkFeasibility}(x_k, t) = \text{true}$  then
6:           if  $\text{checkBounds}(x_k, c) = \text{false}$  then
7:              $P' \leftarrow P \cup \{x_k\}$ 
8:             for  $x_i \in \mathcal{N}(x_k)$  do
9:                $c' \leftarrow c + c_{ki}$ 
10:               $t' \leftarrow t + t_{ki}$ 
11:               $\text{pulse}(x_i, c', t', P')$ 
12:            end for
13:           end if
14:          end if
15:         end if
16:        end if
17:       end if
18:      end if

```

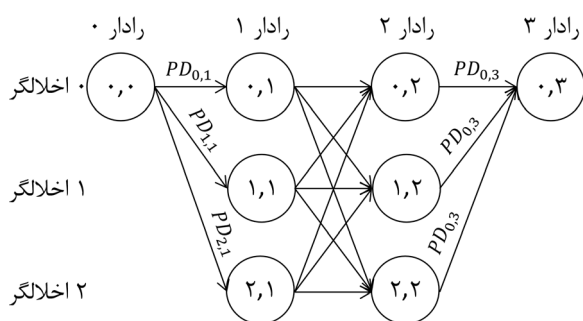
الگوریتم ۲: تابع پالس

الگوریتم ۲ بدنه تابع بازگشتی پالس را نشان می‌دهد. مجموعه رأس‌هایی است که به رأس  $x_k$  متصل هستند.



آن فقط دو اخلاگر به رادارها اختصاص یابد. مشاهده می‌شود که وزن تمام یال‌های منتهی به هر رأس یکسان خواهد بود و تنها وابسته به اندیس آن رأس می‌باشد.

در این قسمت از معیارهای هرس کردن احتمال آشکارسازی غیرمجاز و تعداد اخلاگر غیرمجاز استفاده می‌شود. معیار تعداد اخلاگر غیرمجاز به گونه‌ای عمل می‌کند که هرگاه تعداد اخلاگر اختصاص یافته بیشتر از  $m$  شد، پالس هرس شود. بدین صورت که در گراف شکل (۲) پالسی که از  $(0, 0)$  به  $(2, 1)$  به  $(2, 2)$  می‌رود به دلیل استفاده از ۴ اخلاگر متوقف خواهد شد. در معیار احتمال آشکارسازی غیرمجاز، پالس‌هایی که تخصیص هدفی با تابع هزینه‌ای کمتر از بهترین حالت ممکن آن (این حالت مشابه خط ۴ الگوریتم ۱ محاسبه می‌شود) پیدا شده است، هرس می‌شود.



شکل (۲). گراف جهت‌دار تخصیص هدف دو اخلاگر به دو رادار

#### ۴- شبیه‌سازی

در این بخش فرضیات در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی رایانه‌ای مطرح شده و روش‌های مختلف محاسباتی برای یافتن مسیر بهینه بررسی می‌شود.

#### ۴-۱- فرضیات

فرض می‌شود پهپادها در گروه‌های نزدیک به هم، شامل ۱۰ پهپاد اخلاگر مشابه از نوع بال ثابت و کوچک، پرواز می‌کنند؛ علاوه بر این، فرض می‌شود که پهپادها در استفاده از تجهیزات اخلاگر همکاری نموده و موقعیت، سرعت و جهت حرکت یکسانی دارند. بدین صورت که فاصله  $R_z$  و زوایای سمت و ارتفاع (سطح مقطع راداری) تمام پهپادها نسبت به رادار شماره  $z$  یکسان است.

از آنجا که با افزایش زاویه ارتفاع سطح مقطع راداری افزایش یافته و با افزایش سطح مقطع راداری احتمال آشکارسازی پهپادها افزایش می‌یابد. همچنین به سبب افزایش زاویه ارتفاع حین اوج‌گیری پهپاد و محدودیت حداقل ارتفاع مجاز پرواز پهپاد به

(۵) عدم امکان زمانی: ایده اصلی این معیار حذف پالس‌هایی است که مشخص شده مسیره‌های ناشی از آن امکان رعایت شرط زمان پرواز را نخواهند داشت. بدین صورت که حتی اگر کوتاه‌ترین مسیر از  $x_k$  به  $x_N$  انتخاب شود (این مسیر توسط خط ۵ از الگوریتم ۱ مشخص شده است)، همچنان زمان رسیدن به مقصد بیشتر از  $T_t$  خواهد شد.

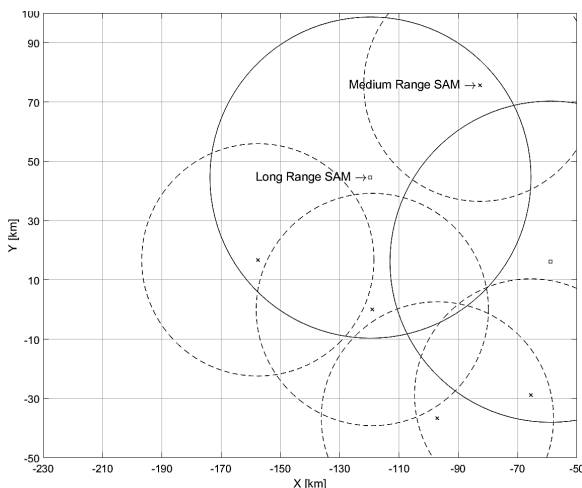
(۶) تابع هزینه غیرمجاز: این معیار پالس‌هایی را که تحت بهترین شرایط نیز نمی‌توانند تابع هزینه‌ای کمتر از مسیره‌های کامل شده قبلی داشته باشند، حذف می‌کند. بدین صورت که حتی با انتخاب مسیری از  $x_k$  به  $x_N$  با کمترین تابع هزینه ممکن (این مقدار توسط خط ۴ از الگوریتم ۱ مشخص شده است)، همچنان مسیره‌هایی وجود داشته که تابع هزینه کلی کمتری دارند.

#### ۳-۲- تخصیص هدف به اخلاگرها

هدف پیدا کردن بهترین الگوی تخصیص هدف به اخلاگرها می‌باشد تا تابع هزینه  $l(x, y, \psi)$  در هر لحظه کمینه شود. به دلیل آنکه نمی‌توان هدف اخلاگرها را به صورت لحظه‌ای تغییر داد، فرض می‌شود تخصیص هدف بهینه در هر تکه از مسیر برای کل آن محاسبه شده و در طول آن تکه ثابت بماند. به علاوه فرض می‌شود در هر لحظه هر اخلاگر تنها یک رادار را هدف بگیرد (از آنجا که پهپادها مشابه هستند تفاوتی نمی‌کند کدام اخلاگر کدام رادار را هدف گرفته و مسئله تنها یافتن تعداد اخلاگرهای اختصاص داده شده به هر رادار می‌باشد).

با توجه به اینکه حل مسئله تخصیص هدف بهینه منوط به محاسبه تمام حالات در هر لحظه می‌باشد، می‌توان مانند بخش قبل از الگوریتم پالس در گراف جهت‌دار محدود استفاده نمود. بدین ترتیب که رأس‌های گراف نشانگر تعداد اخلاگر اختصاص یافته به رادار شماره  $z$  (اندیس هر رأس  $i, z$  است که  $i$  نشانگر تعداد اخلاگر اختصاص یافته به رادار شماره  $z$  می‌باشد،  $i = 0, \dots, m$  و  $z = 0, \dots, n + 1$  در حالی که به رأس‌های ابتدا و انتها اخلاگری اختصاص نمی‌یابد) و وزن یال‌های آن  $PD_{i,z}$  (احتمال آشکارسازی پهپادها توسط رادار شماره  $z$ ، اگر  $i$  اخلاگر آن را هدف گیرند) می‌باشد. همچنین هر رأس مرتبط با رادار شماره  $z$  به تمام رأس‌های مرتبط با رادار شماره  $z - 1$  و رادار شماره  $z + 1$  متصل است. در این مسئله تنها مسیره‌هایی از رأس مبدأ  $(0, 0)$  به مقصد  $(0, n + 1)$  قابل قبول است که جمع مؤلفه اول اندیس رأس‌ها در طول آن برابر  $m$  باشد (به تمام اخلاگرها هدفی داده شود و تعداد اخلاگرها بیشتر از تعداد پهپادها نباشد). در شکل (۲) گراف تخصیص هدف دو اخلاگر به دو رادار نشان داده شده است. مسیره‌هایی در این گراف مجاز می‌باشد که طی

در این سناریو تنها اخلاص پرتوی اصلی رخ می‌دهد زیرا طبق جدول (۱) بهره رادار در پرتوی فرعی بسیار ناچیز است، پس ایجاد اخلاص در زوایای خارج از پرتوی اصلی اثربخشی ندارد. گروه پهپادها در حریم هوایی هفت موشک سطح به هوا (SAM)<sup>۵</sup> پرواز می‌کنند. مجموعه این موشک‌ها به صورت سامانه پدافند هوایی یکپارچه (IADS)<sup>۶</sup> عمل می‌کنند. میدان نبرد به صورت شکل (۳) فرض شده که از مرجع [۲۳] گرفته شده است. در این سناریو دو نوع سایت موشکی دوربرد و برد متوسط وجود دارد، که برد آن‌ها به ترتیب ۵۴/۲ و ۳۹/۲ کیلومتر می‌باشد (فاصله‌ای که هر پهپاد با داشتن مطلوب‌ترین زوایای سمت و ارتفاع، به عبارتی دیگر داشتن کمترین سطح مقطع راداری ممکن با احتمال ۱٪ بدون اخلاص توسط هر رادار آشکارسازی می‌شود) و به صورت دایره‌ای به مرکز هر سامانه پدافندی در شکل (۳) رسم شده است. فرض شده که مکان هر سامانه پدافندی را با دقت قابل قبولی می‌توان تخمین زد.



شکل (۳). سناریوی میدان نبرد برگرفته از [۲۳] (دو سامانه پدافندی که با مربع مشخص شده، دوربرد و ۵ سامانه دیگر که با ضربدر مشخص شده، برد متوسط می‌باشند).

#### ۴-۲- محاسبه زوایای سمت و ارتفاع پهپادها در برابر هر رادار

از آنجاکه مسئله مسیریابی در دو بعد حل می‌شود، در نتیجه زوایای خیز<sup>۷</sup> و پهلوگرد<sup>۸</sup> پهپادها در تمام زمان‌ها صفر فرض می‌شود؛ در نتیجه مختصات پهپادها در دستگاه اینرسی در هر لحظه  $(x_{uav}, y_{uav}, h_{min})$  و سرعت آن‌ها  $(\dot{x}, \dot{y}, 0)$  می‌باشد  $(h_{min})$  حداقل ارتفاع مجاز پرواز پهپادهاست. اگر جهت حرکت

برد توپ‌های ضد هوایی (طبق چالش MICA<sup>۱</sup> این حداقل ارتفاع مجاز یا برد توپ‌های ضد هوایی ۱۰ کیلومتر است)، پرواز گروه پهپادها در ارتفاع ثابت فرض می‌شود؛ در نتیجه مسیریابی در دو بعد حل شده که باعث ساده‌سازی محاسبات و حل سریع‌تر مسیریابی بهینه می‌گردد. در تمام حالات شبیه‌سازی حداکثر احتمال آشکارسازی مجاز توسط هر رادار برابر ۰/۵ و زمان مجاز قرارگیری در معرض این احتمال برابر ۲۵ ثانیه فرض شد. حداکثر زمان پرواز نیز ۲/۵ برابر زمان کوتاه‌ترین مسیر بین مبدأ و مقصد انتخاب شد.

مقادیر عددی فرض شده در جدول (۱) برای پارامترهای ذکر شده از چالش MICA نسخه ۱/۳ گرفته شده است [۲۳] و [۲۴]. این مقادیر از پهپاد یا سیستم پدافندی واقعی گرفته نشده و تنها تقریبی از پارامترها برای بررسی اثربخشی اخلاص فرض شده است.

چالش MICA توسط بوئینگ<sup>۲</sup> برای بخش IXO<sup>۳</sup> از DARPA طرح شده است. هدف از این چالش توسعه و نشان دادن تکنولوژی‌های مورد نیاز برای کنترل گروه‌های نیمه خودکار و همکاری آن‌ها از جمله پهپادها بود. این چالش از سال ۲۰۰۳ شروع شده و به مدت دو سال ادامه داشت. در این مدت تیم‌های دانشگاهی به طراحی کنترل‌کننده مناسب بر عملکرد پهپادها در مأموریت‌های سرکوب پدافند هوایی از پیش تعیین شده که در نرم‌افزار شبیه‌ساز OEP<sup>۴</sup> اجرا می‌شد، پرداختند.

جدول (۱). پارامترهای سامانه پدافندی و پهپادها برگرفته شده از چالش

MICA نسخه ۱/۳ [۲۳]

نوع پدافند	$k^S$	$(J/S)^{burn}$	عرض پرتوی اصلی	$G^R$ پرتوی اصلی	$G^R$ پرتوی فرعی
برد کوتاه	$2 \times 10^7$	۱	$1^\circ$	۱	۰/۰۰۱
برد متوسط	$2 \times 10^8$	۱	$1^\circ$	۱	۰/۰۰۱
دوربرد	$2 \times 10^9$	۱	$1^\circ$	۱	۰/۰۰۱

(الف) پارامترهای پدافند

نوع پهپاد	$k^A$	حداکثر سرعت (m/s)	حداقل سرعت (m/s)	حداکثر شتاب (m/s <sup>2</sup> )	زاویه حمله
میکرو	۰/۰۰۵	۲۰۰	۷۷	۱۰	$0^\circ$
کوچک	۰/۲۵	۲۰۰	۷۷	۱۰	$0^\circ$
بزرگ	۱	۲۰۰	۷۷	۱۰	$0^\circ$

(ب) پارامترهای پهپاد

<sup>۵</sup> Surface to Air Missile

<sup>۶</sup> Integrated Air Defense System

<sup>۷</sup> Pitch Angle

<sup>۸</sup> Bank Angle

<sup>۱</sup> Mixed Initiative Control of Automa-teams

<sup>۲</sup> Boeing

<sup>۳</sup> Information Exploitation Office

<sup>۴</sup> Open Experimental Platform

ضروری است که سطح مقطع راداری پهپاد به صورت تابعی پیوسته و مشتق پذیر بر حسب متغیرهای حالت (زوایای سمت و ارتفاع که طبق روابط ۲۴ و ۲۵ به صورت پیوسته و مشتق پذیر از سرعت و موقعیت پهپاد در میدان نبرد محاسبه می شوند) به دست آید؛ بنابراین، برای تقریب سطح مقطع راداری پهپاد در زوایای سمت و ارتفاعی غیر از زوایای ذکر شده در جدول (۲) و به دست آوردن این تابع پیوسته و مشتق پذیر از شبکه عصبی پیش خور<sup>۱</sup> استفاده می شود.

به طور کلی سه لایه پی در پی سیگموئیدی برای تقریب هر تابع جبری کفایت می کند [۲۵]. در این مسئله از تابع فعال سازی تانژانت سیگموئید در دو لایه با هشت گره عصبی در لایه اول و هفت گره در لایه دوم استفاده شده است. مدل شبکه عصبی با استفاده از الگوریتم لوبزبرگ-مارکواریت<sup>۲</sup> و داده های جدول (۲) تربیت شده و مقادیر وزن ها  $(W_1, W_2, W_3)$  و بایاس ها  $(b_1, b_2, b_3)$  به دست می آیند. در نهایت تابع سطح مقطع راداری بر حسب زوایای سمت و ارتفاع به صورت رابطه ۲۶ نشان داده می شود.

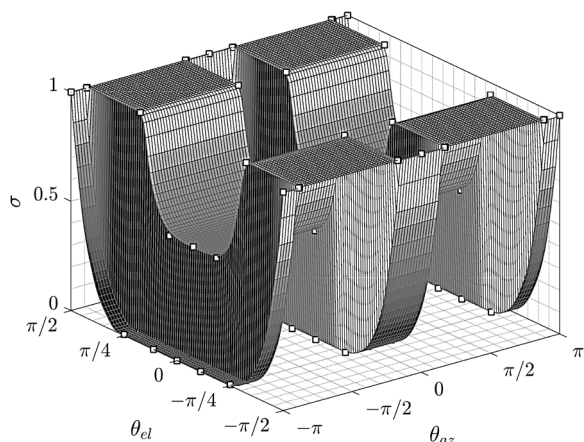
$$\hat{\sigma}(\theta_{el}, \theta_{az}) = \psi(W_3 \phi(W_2 \phi(W_1 [\theta_{el}] + b_1) + b_2) + b_3) \quad (26)$$

$\phi$  تابع فعال سازی تانژانت سیگموئید به صورت رابطه ۲۷ می باشد.

$$\phi(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 \quad (27)$$

$\psi$  تابع لگاریتم سیگموئید برای اطمینان از وقوع مقدار پیش بینی شده سطح مقطع راداری در محدوده قابل قبول (۰، ۱) به صورت رابطه ۲۸ می باشد.

$$\psi(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (28)$$



شکل (۴). سطح مقطع راداری شبیه سازی شده با استفاده از شبکه عصبی پیش خور بر حسب زوایای ارتفاع و سمت بر حسب رادیان (مربع ها نمایانگر داده ها می باشند).

پهپادها در صفحه،  $\psi$  (زاویه ساعت گرد بین دماغه پهپاد و محور  $x$ ) باشد، رابطه بین مؤلفه های سرعت و  $\psi$  به شکل رابطه ۲۲ محاسبه می شود.

$$\dot{x} = V \cos(\psi) \quad \dot{y} = V \sin(\psi) \quad \psi = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}}\right) \quad (22)$$

$V$  سرعت حرکت پهپادها در صفحه می باشد. برداری از بدنه پهپاد به مکان رادار در مختصات بدنه به صورت رابطه ۲۳ نوشته می شود.

$$R_{body} = \begin{bmatrix} x_{Ruav} \\ y_{Ruav} \\ z_{Ruav} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_R - x_{uav} \\ y_R - y_{uav} \\ z_R - z_{uav} \end{bmatrix} \quad (23)$$

در نتیجه زوایای ارتفاع و سمت بر حسب سرعت پهپادها و موقعیت نسبی آن ها با رادار به صورت روابط ۲۴ و ۲۵ به دست می آید.

$$\theta_{az} = \tan^{-1}\left(\frac{y_{Ruav}}{x_{Ruav}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-\dot{y}(x_R - x_{uav}) + \dot{x}(y_R - y_{uav})}{\dot{x}(x_R - x_{uav}) + \dot{y}(y_R - y_{uav})}\right) \quad (24)$$

$$\theta_{el} = \tan^{-1}\left(\frac{z_{Ruav}}{\sqrt{x_{Ruav}^2 + y_{Ruav}^2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{z_R - z_{uav}}{\sqrt{(x_R - x_{uav})^2 + (y_R - y_{uav})^2}}\right) \quad (25)$$

### ۳-۴- مدل سازی سطح مقطع راداری پهپاد

همان طور که گفته شد سطح مقطع راداری پهپاد تابعی از زاویه سمت و ارتفاع پهپاد نسبت به رادار است. در جدول (۲) که برگرفته از چالش MICA نسخه ۱/۳ می باشد، سطح مقطع راداری پهپاد کوچک برای مقادیر خاصی از این دو زاویه آمده است.

جدول (۲). سطح مقطع راداری پهپاد کوچک بر حسب زوایای سمت و

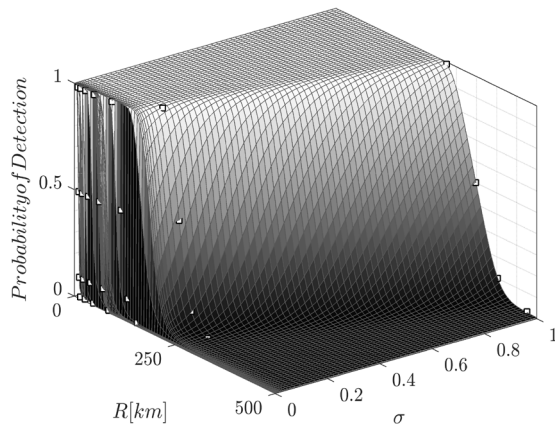
ارتفاع برگرفته از [۲۳]

$\theta_{az} / \theta_{el}$	$0^\circ$	$\pm 30^\circ$	$\pm 31^\circ$	$\pm 159^\circ$	$\pm 160^\circ$	$\pm 180^\circ$
$0^\circ$	$5e-5$	$5e-5$	$0.5$	$0.5$	$5e-5$	$5e-5$
$\pm 20^\circ$	$5e-4$	$5e-4$	$0.5$	$0.5$	$5e-4$	$5e-4$
$\pm 45^\circ$	$5e-3$	$5e-3$	$1$	$1$	$5e-3$	$5e-3$
$\pm 90^\circ$	$1$	$1$	$1$	$1$	$1$	$1$

از آنجاکه برای حل مسئله مسیریابی بهینه طبق رابطه ۲۱ که در بخش مسیریابی حداقل ریسک توسعه داده شد، نیاز به محاسبه گرادیان تابع هزینه بر حسب مکان و سرعت وجود دارد،

<sup>1</sup> Feedforward Neural Network

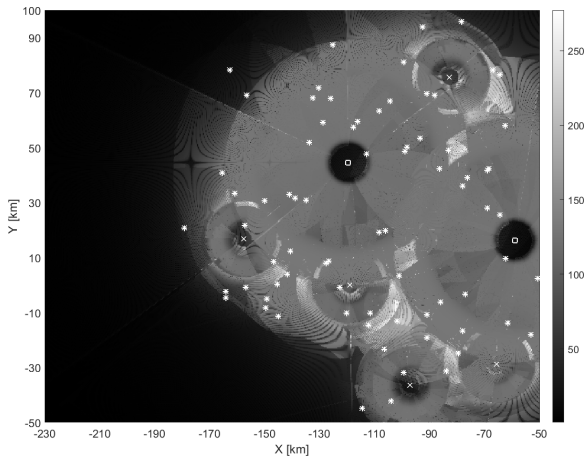
<sup>2</sup> Levenberg-Marquardt



شکل (۵). احتمال آشکارسازی شبیه‌سازی شده با استفاده از شبکه عصبی پیش‌خور برحسب سطح مقطع راداری و فاصله بین رادار برد متوسط و پهپاد برحسب کیلومتر (مربع‌ها نمایانگر داده‌ها می‌باشند).

#### ۴-۵- نمونه برداری لانه‌زنبوری از میدان نبرد

شکل (۶) توزیع چگالی احتمالی که از رابطه ۲۱ محاسبه شده است را در میدان نبرد نشان می‌دهد. در نواحی روشن‌تر احتمال انتخاب نقاط ژنراتور بیشتر از نواحی تیره می‌باشد. این چگالی احتمال به خاطر پیچیدگی محاسبه‌گر ادیان تابع هزینه، به صورت عددی برای مشی به ابعاد ۶۰۰ برای هر مؤلفه مکان در صفحه و ۱۴۴۰ برای جهت سرعت محاسبه شده است. شکل (۷) نمونه برداری لانه‌زنبوری از میدان نبرد را با استفاده از این تابع توزیع چگالی احتمال نشان می‌دهد.



شکل (۶). توزیع چگالی احتمال برگرفته از رابطه ۲۱ در میدان نبرد (رنگ تیره نمایانگر چگالی کمتر و رنگ روشن نمایانگر چگالی احتمال بیشتر است). ستاره‌ها نمایانگر ۷۵ نقطه تصادفی ژنراتور انتخاب شده در صفحه با استفاده از این توزیع احتمال می‌باشند.

به منظور اعتبارسنجی تابع به دست آمده، خطای سطح مقطع راداری پیش‌بینی شده توسط شبکه عصبی با داده‌های جدول (۲) با روش میانگین مربعات برابر  $10^{-5} \times 3/3$  به دست می‌آید.

#### ۴-۴- مدل سازی احتمال آشکارسازی

برای محاسبه احتمال آشکارسازی هر پهپاد در برابر هر رادار هنگامی که رادار توسط هیچ اخلاص‌گری هدف گرفته نشود، از داده‌های چالش MICA نسخه ۱/۳ که در جدول (۳) آمده است، استفاده می‌شود. طبق این چالش فواصل ذکر شده در جدول (۳) برای رادار دوربرد بر عدد  $0/7235$  تقسیم شده و در مورد رادار برد کوتاه در این عدد ضرب می‌شوند.

جدول (۳). احتمال آشکارسازی پهپاد توسط رادار برد متوسط بدون اخلاص برگرفته از [۲۳] (داده‌های درون جدول فاصله بین رادار و پهپاد برحسب کیلومتر می‌باشند).

سطح مقطع راداری	۰/۹۹	۰/۵۰	۰/۱۰	۰/۰۱
$1e-0$	۲۷۵/۰	۳۴۸/۲	۴۰۲/۱	۴۷۵/۲
$1e-1$	۱۵۴/۶	۱۹۵/۸	۲۲۶/۱	۲۶۷/۲
$1e-2$	۸۷/۰	۱۱۰/۱	۱۲۷/۲	۱۵۰/۳
$1e-3$	۴۸/۹	۶۱/۹	۷۱/۵	۸۴/۵
$1e-4$	۲۷/۵	۳۴/۸	۴۰/۲	۴۷/۵
$1e-5$	۱۵/۵	۱۹/۶	۲۲/۶	۲۶/۷
$1e-6$	۸/۷	۱۱/۰	۱۲/۷	۱۵/۰

مشابه مدل سازی سطح مقطع راداری پهپاد برای حل مسئله مسیریابی بهینه طبق رابطه ۲۱ نیاز به محاسبه احتمال آشکارسازی پهپاد به صورت تابعی پیوسته و مشتق پذیر برحسب متغیرهای حالت وجود دارد؛ بنابراین، برای تقریب احتمال آشکارسازی پهپاد در سطح مقطع راداری و فواصل غیر از داده‌های جدول (۳) و به دست آوردن این تابع پیوسته و مشتق پذیر از شبکه عصبی پیش‌خور با پنج گره در لایه اول و چهار گره در لایه دوم استفاده می‌شود. خطای احتمال آشکارسازی پیش‌بینی شده توسط شبکه عصبی با داده‌های جدول (۳) با روش میانگین مربعات برابر مقدار  $10^{-5}$  می‌باشد.

طبق جدول (۴) با افزایش فاصله نقاط لبه نمودار ورنوی زمان شبیه‌سازی کاهش چشمگیری دارد؛ لذا انتخاب مناسب این فاصله می‌تواند منجر به کاهش هزینه محاسباتی و خطای قابل قبول در تابع هزینه کلی باشد. خطای نسبی تابع هزینه حالتی که  $\epsilon_{x_{max}}$  برابر ۱/۵ کیلومتر باشد با حالات دیگر (۲، ۲/۲۵ و ۳ کیلومتر) به‌طور متوسط به ترتیب برابر ۱/۱۹٪، ۵/۴٪ و ۱۹/۷٪ می‌باشد. همچنین زمان شبیه‌سازی به ترتیب ۵۰/۹٪، ۸۲/۳٪ و ۹۰/۵٪ کاهش می‌یابد؛ بنابراین،  $\epsilon_{x_{max}}$  با خطای قابل قبول کمتر از ۲٪، ۲ کیلومتر انتخاب می‌شود.

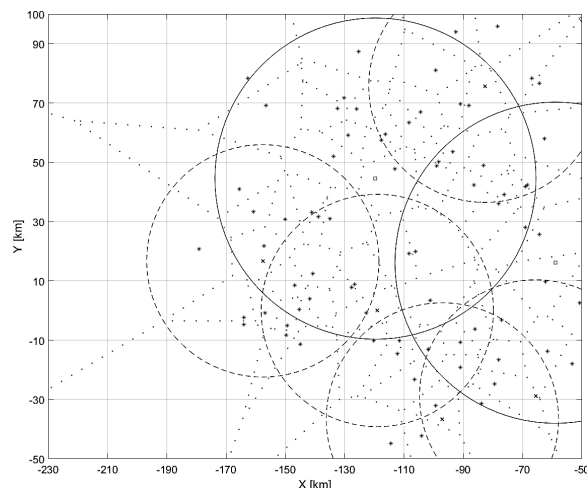
جدول (۵). نتایج شبیه‌سازی با تغییر تعداد نقاط ژنراتور نمودار ورنوی

تعداد ژنراتور	تابع هزینه	زمان شبیه‌سازی (ثانیه)
۱۰۰	۶۶/۱۴۳۵	۳۱۸/۲
۷۵	۶۹/۷۳۳۰	۳۳۹/۵
۵۰	۷۸/۸۰۳۶	۱۷۵/۱

برای یافتن تعداد مناسب نقاط ژنراتور، تعداد ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ نقطه ژنراتور و فرض  $\epsilon_{x_{max}}$  برابر ۲ کیلومتر بررسی شد. نتایج این شبیه‌سازی به‌ازای دو هدف بهینه‌سازی زمان به‌عنوان هدف ثانویه و محدود کردن آن در جدول (۵) آمده است. طبق جدول (۵) خطای نسبی تابع هزینه به‌دست‌آمده از ۱۰۰ نقطه ژنراتور با ۷۵ و ۵۰ نقطه ژنراتور به ترتیب برابر ۵/۴٪ و ۱۹/۱٪ می‌باشد. اما در مورد زمان شبیه‌سازی به خاطر کم بودن دفعات آزمایش و تصادفی بودن انتخاب نقاط ژنراتور نتیجه‌ای نمی‌توان گرفت. ولی در حالت کلی بدیهی است که با افزایش تعداد نقاط ژنراتور، تعداد نقاط انتخاب‌شده در لبه نمودار ورنوی افزایش می‌یابد و در نتیجه یافتن مسیر بهینه نیازمند در نظر گرفتن حالات بیشتر و افزایش زمان محاسبات خواهد شد؛ بنابراین، تعداد ۷۵ نقطه ژنراتور با خطای نسبی اندک ۵/۴٪ برای مراحل بعدی شبیه‌سازی انتخاب می‌گردد.

#### ۴-۶-۲- نتایج شبیه‌سازی با در نظر گرفتن اخلال

اکنون با دانستن تعداد مناسب نقاط ژنراتور و فاصله مناسب بین نقاط لبه نمودار ورنوی، مسیریابی حداقل‌ریسک با در نظر گرفتن سه مجموعه متفاوت از ۷۵ نقطه تصادفی ژنراتور در دو حالت محدود کردن زمان پرواز و بهینه‌سازی آن به‌عنوان هدف ثانویه حل می‌شود.



شکل (۷). نمونه برداری لانه‌زنبوری از میدان نبرد با ۷۵ نقطه تصادفی ژنراتور (ستاره)، فاصله نقاط  $x_k$  (نقاط کمرنگ) انتخاب‌شده روی لبه نمودار ورنوی حداکثر ۴ کیلومتر ( $\epsilon_x$  برابر ۲ کیلومتر) می‌باشد. در مجموع ۵۹۰ نقطه روی لبه نمودار ورنوی انتخاب شده است.

#### ۴-۶-۴- نتایج شبیه‌سازی

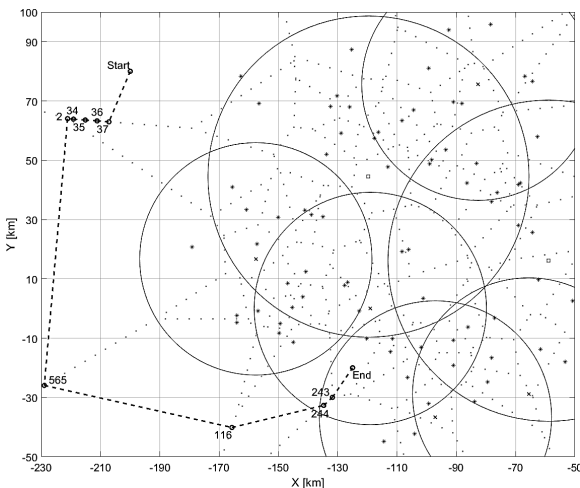
برای شبیه‌سازی از سناریوی شکل (۳) در حضور ۱۰ پهپاد کوچک اخلالگر در برابر هفت رادار (دو رادار دوربرد و پنج رادار برد متوسط) استفاده شد. ابتدا شبیه‌سازی به‌منظور یافتن مقادیری از پارامترهای نمودار ورنوی که خطای قابل‌قبولی در تابع هزینه مسیر بهینه ایجاد می‌کنند، صورت پذیرفت. سپس با در نظر گرفتن این مقادیر، مسئله مسیریابی بین نقاط مبدأ و مقصد با دو هدف بهینه‌سازی زمان و محدود کردن آن حل شد.

#### ۴-۶-۱- یافتن تعداد نقاط نمونه‌برداری و حداکثر فاصله آن‌ها

ابتدا برای به دست آوردن تعداد مناسب نقاط ژنراتور و حداکثر فاصله بین نقاط لبه نمودار ورنوی (دو برابر  $\epsilon_x$ ) مبدأ نقطه  $(-125km, 60km)$  و مقصد نقطه  $(-200km, 80km)$  و مقصد نقطه  $(-125km, 60km)$  در فاصله اندکی از یکدیگر انتخاب شد. برای یافتن  $\epsilon_x$  به‌اندازه کافی کوچک، فاصله بین نقاط لبه نمودار ورنوی طبق جدول (۴) تغییر داده شد. تعداد نقاط ژنراتور در این جدول ثابت و برابر ۷۵ و به‌ازای دو مجموعه نقاط ژنراتور متفاوت، تابع هزینه مسیر بهینه برای هر دو حالت محدود کردن زمان و بهینه‌سازی زمان به‌عنوان هدف ثانویه به دست آمد.

جدول (۴). نتایج شبیه‌سازی با تغییر فاصله بین نقاط لبه نمودار ورنوی

$\epsilon_{x_{max}}$ (km)	تابع هزینه	زمان شبیه‌سازی (ثانیه)
۱/۵	۶۸/۴۳۸۹	۷۰/۱/۴
۲	۶۹/۷۳۳۰	۳۳۹/۵
۲/۲۵	۷۲/۱۴۷۲	۱۱۲/۹
۳	۸۱/۹۰۹۹	۶۲/۳

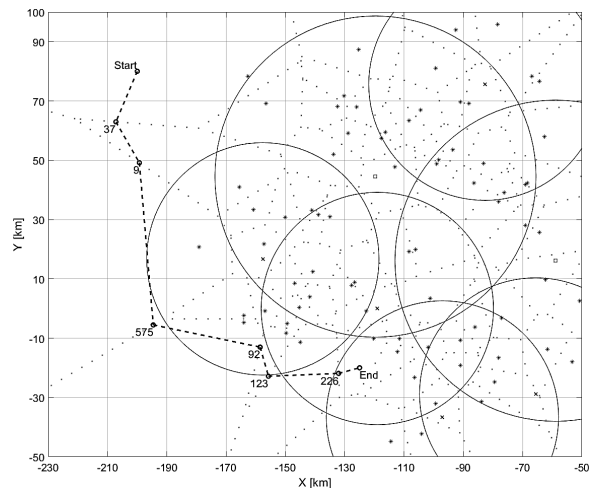


شکل (۹). مسیر بهینه به دست آمده در حالت محدود کردن زمان برای مجموعه ۱،  $T_t = 1566/9s$  و  $590$  نقطه روی لبه نمودار ورنوی انتخاب شده است.

جدول (۸). احتمال آشکارسازی متوسط برای هر رادار در مسیر شکل (۹)

مقصد به ۲۴۳	۲۴۳ به ۲۴۳	۲۴۴ به ۱۱۶	۵۶۵ به ۵۶۵	۲ به ۲۴	۲۴ به ۲۴	۲۵ به ۲۴	۲۷ به ۲۷	مبدأ به ۲۷	رادار ۱	رادار ۲	رادار ۳	رادار ۴	رادار ۵	رادار ۶	رادار ۷
۰/۰۰۰۰۷	۰/۰۰۰۰۵	۰/۰۰۳۲۱	۰/۰۱۵۵۸	۰/۰۱۹۷۱	۰/۰۰۰۰۲	۰/۰۱۵۹۱	۰/۰۱۳۲۷	۰/۰۳۳۰۰	۰/۰۲۶۸۸	۰/۰۷۴۹۱	۰/۰۱۵۲	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۱۳۳۵	۰/۰۱۶۷۰	۰/۰۰۸۱۹
۰/۰۰۴۹۱	۰/۰۰۶۴۳	۰/۰۰۶۵۰	۰/۰۰۴۶۵	۰/۰۰۷۵۴	۰/۰۱۳۹	۰/۰۱۴۳	۰/۰۰۶۸۱	۰/۰۰۳۳۰	۰/۰۰۴۹۱	۰/۰۱۵۲	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۱۳۳۵	۰/۰۱۶۷۰	۰/۰۰۸۱۹
۰/۰۱۸۱	۰/۰۱۵۱	۰/۰۵۰۰	۰/۰۴۴۴	۰/۰۳۳۱	۰/۰۱۳۹	۰/۰۱۴۳	۰/۰۰۶۸۱	۰/۰۰۳۳۰	۰/۰۰۴۹۱	۰/۰۱۵۲	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۱۳۳۵	۰/۰۱۶۷۰	۰/۰۰۸۱۹
۰/۰۰۴۸۹	۰/۰۰۸۴۷	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۴	۰/۰۰۱۳۹	۰/۰۰۶۸۱	۰/۰۰۶۸۱	۰/۰۰۶۸۱	۰/۰۰۳۳۰	۰/۰۰۴۹۱	۰/۰۱۵۲	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۱۳۳۵	۰/۰۱۶۷۰	۰/۰۰۸۱۹
۰/۰۰۶۵۸	۰/۰۰۹۳۱	۰/۰۰۱۰	۰/۰۰۰۰۳	۰/۰۰۱۹۸	۰/۰۰۷۸	۰/۰۰۸۰	۰/۰۰۸۴	۰/۰۰۸۷	۰/۰۰۱۷۱	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۱۳۳۵	۰/۰۱۶۷۰	۰/۰۰۸۱۹
۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۱۶۴۳	۰/۰۱۳۱۰	۰/۰۱۰۰۸	۰/۰۱۰۷۴	۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۱۶۷۰	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۱۳۳۵	۰/۰۱۶۷۰	۰/۰۰۸۱۹
۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۴۴۷	۰/۰۰۶۹۷	۰/۰۰۰۰۴	۰/۰۰۰۰۴	۰/۰۰۰۰۵	۰/۰۰۰۰۶	۰/۰۰۸۱۹	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۰۶۸۸	۰/۰۱۳۳۵	۰/۰۱۶۷۰	۰/۰۰۸۱۹

تابع هزینه کلی مسیر شکل (۹) برابر  $341/3668$ ، زمان طی این مسیر برابر  $1177/9$  ثانیه و زمان شبیه‌سازی برابر  $3147/7$  ثانیه می‌باشد. مسیر شکل (۹) با توجه به محدود کردن زمان پرواز، مسیری طولانی‌تر با تابع هزینه کلی کمتر از شکل (۸) (با هدف بهینه‌سازی زمان) به دست آمده است. یعنی گروه پهپادها مجاز هستند در فاصله دورتری از رادارها پرواز کرده و با مانور بیشتر سطح مقطع راداری کمتری در برابر هر رادار داشته باشند. ولی این روش باعث افزایش چشمگیر زمان شبیه‌سازی می‌شود چراکه شرط مغلوب شدن زمان از معیارهای هرس کردن حذف شده و تنها از شرط مغلوب شدن تابع هزینه مسیر جزئی استفاده می‌شود.



شکل (۸). مسیر بهینه به دست آمده در حالت بهینه‌سازی زمان برای مجموعه ۱،  $T_t = 1566/9s$  و  $590$  نقطه روی لبه نمودار ورنوی انتخاب شده است.

جدول (۶). احتمال آشکارسازی متوسط برای هر رادار

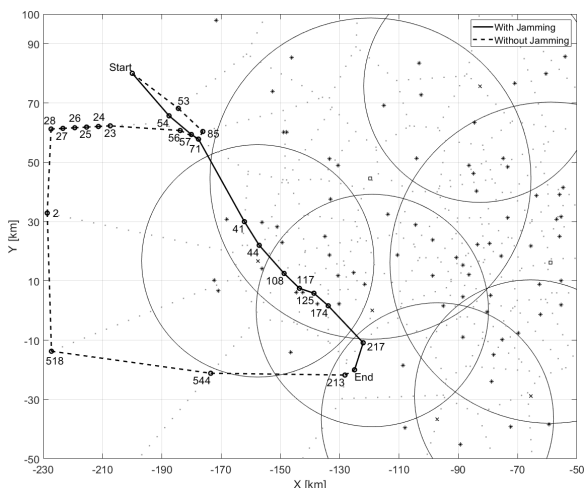
در مسیر شکل (۸)

مبدأ به ۳۷	۳۷ به ۹	۹ به ۵۷۵	۹۲ به ۵۷۵	۹۲ به ۱۲۳	۱۲۳ به ۲۲۶	۲۲۶ مقصد	رادار ۱	رادار ۲	رادار ۳	رادار ۴	رادار ۵	رادار ۶	رادار ۷
۰/۰۲۶۸	۰/۰۲۶۳	۰/۰۲۴۵	۰/۰۲۴۶	۰/۰۲۷۵	۰/۰۲۹۴	۰/۰۳۴۳	۰/۰۲۶۸	۰/۰۲۶۳	۰/۰۲۴۵	۰/۰۲۴۶	۰/۰۲۷۵	۰/۰۲۹۴	۰/۰۳۴۳
۰/۰۷۶۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۷۱	۰/۰۸۵۳	۰/۰۱۲۱	۰/۰۸۲	۰/۱۶۸۳	۰/۰۷۶۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۷۱	۰/۰۸۵۳	۰/۰۱۲۱	۰/۰۸۲	۰/۱۶۸۳
۰/۰۳۲۰	۰/۰۰۰۵	۰/۰۵۸۴	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۶۱	۰/۱۱۱۹	۰/۲۲۵۶	۰/۰۳۲۰	۰/۰۰۰۵	۰/۰۵۸۴	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۶۱	۰/۱۱۱۹	۰/۲۲۵۶
۰/۰۱۳۵	۰/۰۰۰۱	۰/۰۱۹۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۴۶۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۱۳۵	۰/۰۰۰۱	۰/۰۱۹۸	۰/۰۰۰۵	۰/۰۴۶۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۰/۰۱۷۱	۰/۰۰۰۲	۰/۰۲۹۵	۰/۰۰۰۱	۰/۰۹۷۸	۰/۰۰۱۳	۰/۱۵۱۳	۰/۰۱۷۱	۰/۰۰۰۲	۰/۰۲۹۵	۰/۰۰۰۱	۰/۰۹۷۸	۰/۰۰۱۳	۰/۱۵۱۳
۰/۱۶۷۰	۰/۰۹۱۵	۰/۲۹۱۳	۰/۱۲۷۷	۰/۲۴۴۹	۰/۱۹۱۴	۰/۲۹۶۴	۰/۱۶۷۰	۰/۰۹۱۵	۰/۲۹۱۳	۰/۱۲۷۷	۰/۲۴۴۹	۰/۱۹۱۴	۰/۲۹۶۴
۰/۰۸۱۹	۰/۰۵۸۶	۰/۱۰۱۸	۰/۰۰۰۰	۰/۱۸۱۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۸۱۹	۰/۰۵۸۶	۰/۱۰۱۸	۰/۰۰۰۰	۰/۱۸۱۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰

جدول (۷). تخصیص هدف به اخلالگرها در هر تکه از مسیر شکل (۸)

مبدأ به ۳۷	۳۷ به ۹	۹ به ۵۷۵	۹۲ به ۵۷۵	۹۲ به ۱۲۳	۱۲۳ به ۲۲۶	۲۲۶ مقصد	رادار ۱	رادار ۲	رادار ۳	رادار ۴	رادار ۵	رادار ۶	رادار ۷
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۰	۲	۴	۰	۲	۱	۱	۰	۲	۰	۱	۰	۱
۱	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۱	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۱	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰
۳	۶	۲	۵	۳	۴	۳	۳	۶	۲	۵	۳	۴	۳
۲	۳	۲	۰	۲	۰	۰	۲	۳	۲	۰	۲	۰	۰

تابع هزینه کلی مسیر شکل (۸) برابر  $390/8741$ ، زمان طی این مسیر برابر  $836/6$  ثانیه و زمان شبیه‌سازی برابر  $1215/1$  ثانیه می‌باشد.



شکل (۱۰). مسیر بهینه به دست آمده در حالت محدود کردن زمان برای مجموعه ۳ با و بدون در نظر گرفتن قابلیت اخلاص (خطچین نشانگر مسیر با قابلیت اخلاص و خط ممتد نشانگر مسیر بدون قابلیت اخلاص می باشد).

از آنجاکه مسیریابی بهینه گروه پهپادهای اخلاصگر که در معرض آشکارسازی رادارهای دشمن قرار دارند، تنها در مرجع [۱۹] بررسی شده و جزئیات کامل شبیه سازی در این مرجع ذکر نشده است؛ به منظور راستی آزمایی مسیره های به دست آمده می توان آن ها را با حالت بدون در نظر گرفتن قابلیت اخلاص مقایسه نمود. بدین صورت که با بررسی ستون آخر جدول (۱۰) هنگامی که پهپادها بدون قابلیت اخلاص از مسیر بهینه به دست آمده با در نظر گرفتن قابلیت اخلاص عبور نمایند، تابع هزینه به طور متوسط ۱۳/۳ برابر محاسبه می شود. اگر پهپادها بدون قابلیت اخلاص مسیر بهینه خود را بیمایند احتمال آشکارسازی آن ها در طول مسیر به طور متوسط ۵/۹ برابر پهپادها با قابلیت اخلاص خواهد بود.

تابع هزینه مسیر	زمان طی مسیر	هدف بهینه سازی		قابلیت اخلاص	
		تابع هزینه	هدف بهینه سازی		
مشابه با حالت اخلاص	۷۸۷/۴	۳۷۰/۴۷۶۶	بهینه سازی زمان	بله	
	۴۳/۳	۴۳/۸۱۵۱	بهینه سازی زمان	بله	
میانگین	۱۱۸۹/۰	۳۱۶/۷۵۲۷	محدود کردن زمان	بله	
	۱۱۸/۶	۲۲/۲۱۷۱	محدود کردن زمان	بله	
میانگین	۳۳۷۸/۳۲۵۰	۶۴۹/۳	۲۰۱۳/۱۰۹۷	بهینه سازی زمان	خیر
انحراف معیار	۸۳۵/۱۰۳۹	۵۲/۰	۲۸/۰۲۷۱	بهینه سازی زمان	خیر
میانگین	۵۷۶۰/۱۸۳۰	۶۴۹/۳	۲۰۱۳/۱۰۹۷	محدود کردن زمان	خیر
انحراف معیار	۵۴۶/۳۸۳۸	۵۲/۰	۲۸/۰۲۷۱	محدود کردن زمان	خیر

مقادیر تابع هزینه و زمان پرواز پهپادها در مسیره های ذکر شده برای سه مجموعه نقاط ژنراتور متفاوت در هر دو حالت بهینه سازی زمان و محدود کردن زمان طبق جدول (۱۰) با انحراف معیار کوچکی به دست آمدند؛ در نتیجه می توان گفت که تابع هزینه و زمان پرواز به نقاط تصادفی انتخاب شده اولیه وابسته نیستند. به طور کلی در حالت محدود کردن زمان، تابع هزینه مسیر کمتر، زمان پرواز و زمان شبیه سازی بیشتر از حالت بهینه سازی زمان به عنوان هدف ثانویه خواهد بود.

جدول (۹). تخصیص هدف به اخلاصگرها در هر تکه از مسیر شکل (۹)

مبدأ به مقصد	۳۷ به ۳۷	۳۶ به ۳۷	۳۵ به ۳۶	۲ به ۳۴	۵۶۵ به ۲	۱۱۶ به ۵۶۵	۲۴۳ به ۲۴۴	۲۴۳ به ۲۴۴	۲۴۳ به ۲۴۴
رادار ۱	۱	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۰
رادار ۲	۱	۴	۴	۴	۱	۱	۱	۱	۱
رادار ۳	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰
رادار ۴	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
رادار ۵	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
رادار ۶	۱	۰	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱
رادار ۷	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰

### ۴-۶-۳- نتایج شبیه سازی بدون در نظر گرفتن اخلاص

برای بررسی اثربخشی اخلاص بر احتمال آشکارسازی، شبیه سازی با حذف قابلیت اخلاص نیز صورت گرفت. در این سناریو امکان برقراری شرط محدود کردن حداکثر احتمال آشکارسازی مجاز به مقدار ۰/۵ وجود نداشت و مسیری با این شرط یافت نشد؛ لذا معیار هرس کردن حداکثر احتمال آشکارسازی از الگوریتم پالس در گراف جهت دار محدود حذف گردید؛ در نتیجه مسیره های به دست آمده برای هر دو حالت محدود کردن زمان و بهینه سازی زمان مشابه یکدیگر بوده و در حالت کلی نزدیک به کوتاه ترین مسیر ممکن بین مبدأ و مقصد به دست آمد. چراکه با حذف قابلیت اخلاص و محدودیت حداکثر احتمال آشکارسازی، طولانی شدن مسیر تنها موجب افزایش تابع هزینه کلی می گردد. جدول (۱۰) میانگین نتایج شبیه سازی با و بدون قابلیت اخلاص را برای سه مجموعه نقاط ژنراتور مقایسه می کند. به عنوان نمونه یکی از مسیره های بهینه به دست آمده در مقایسه با مسیر به دست آمده با در نظر گرفتن قابلیت اخلاص در شکل (۱۰) رسم شده است.

## ۵- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله ضرورت استفاده از پهپادهای همکار در عملیات سرکوب پدافند هوایی دشمن در جنگ‌های مدرن نشان داده شد. سپس الگوریتمی برای تخصیص هدف اختلال به پهپادها و مسیریابی آنها در میدان نبرد در حضور سامانه پدافند هوایی یکپارچه دشمن ارائه شد. این الگوریتم‌ها از گسسته‌سازی میدان نبرد توسط نمونه‌برداری غیریکنواخت (لانگ‌زنبوری) و از الگوریتم پالس در گراف‌های جهت‌دار محدود استفاده می‌کنند. سپس برای مدل‌سازی سطح مقطع راداری پهپادها و احتمال آشکارسازی آنها توسط رادار از شبکه عصبی پیش‌خور استفاده شد. در نهایت سناریویی در نظر گرفته شد که گروه پهپادهای همکار با کمک توانایی اختلال خود توانستند اثربخشی پدافند یکپارچه را به‌طور متوسط ۵/۹ برابر کاسته و بدون آشکارسازی در طول مسیر از مبدأ به مقصد پرواز کنند. قابلیت الگوریتم‌های ارائه‌شده برای مسیریابی حداقل ریسک و تخصیص هدف اختلال از نظر سرعت اجرا و خطای محاسباتی توسط شبیه‌سازی رایانه‌ای در دو مسیر متفاوت با دو هدف کمینه شدن احتمال آشکارسازی و زمان انجام عملیات نشان داده شد.

در فعالیت‌های آتی می‌توان شماری از محدودیت‌های این مقاله را رفع نمود. این محدودیت‌ها شامل تعمیم فضای شبیه‌سازی به سه بعد و در نظر گرفتن زوایای خیز و پهلوگرد در حرکت پهپادها، اعمال محدودیت‌های حرکتی پهپادها مانند حداقل شعاع دور زدن، تبدیل مسیر بهینه حاصل به مسیری حداقل دو بار مشتق‌پذیر (هموار) که توسط پهپاد واقعی قابل پی‌موندن باشد، اضافه کردن محدودیت در زاویه تحت پوشش اختلالگر، لحاظ کردن تفاوت میان پهپادها در گروه با فرض متفاوت بودن موقعیت و سرعت آنها و فرض عدم قطعیت در موقعیت رادارها می‌باشد.

## ۶- مراجع

- [6] A. Tamayo-Domínguez, J.-M. Fernández-González, & M. Sierra-Castañer, "Monopulse RLSA antenna with gap-waveguide feeding network for space debris radar at 94 GHz," in 2018 48th European Microwave Conference (EuMC), pp. 400-403, 2018.
- [7] A. Mazzinghi, M. Albani, A. J. I. A. Freni, & P. Magazine, "LP-RLSA design for low-cost transportable BASYLIS radar [antenna applications corner]," vol. 55, no. 5, pp. 275-285, 2013.
- [8] M. Ando, K. Sakurai, N. Goto, K. Arimura, Y. J. I. t. o. a. Ito, & propagation, "A radial line slot antenna for 12 GHz satellite TV reception," vol. 33, no. 12, pp. 1347-1353, 1985.
- [9] M. Ando, S. Ito, H. Kawasaki, & N. Goto, "Design of a radial line slot antenna with improved input VSWR," Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications), vol. 71, no. 9, pp. 76-91, 1988.
- [10] C. A. Balanis, "Antenna theory: a review," Proceedings of the IEEE, vol. 80, no. 1, pp. 7-23, 1992.
- [11] K. Kelly, F. J. I. T. o. A. Goebels, & Propagation, "Annular slot monopulse antenna arrays," vol. 12, no. 4, pp. 391-403, 1964.
- [12] M. Ando, K. Sakurai, N. J. I. T. o. A. Goto, & Propagation, "Characteristics of a radial line slot antenna for 12 GHz band satellite TV reception," vol. 34, no. 10, pp. 1269-1272, 1986.
- [13] M. Takahashi, J. Takada, M. Ando, & N. Goto, "Characteristics of small-aperture, single-layered, radial-line slot antennas," in IEE Proceedings H (Microwaves, Antennas and Propagation), vol. 139, no. 1, pp. 79-83, 1992.
- [14] M. Takahashi., "Dual circularly polarized radial line slot antennas," vol. 43, no. 8, pp. 874-876, 1995.
- [15] P. W. Davis, M. E. J. I. A. Bialkowski, & P. Magazine, "Linearly polarized radial-line slot-array antennas with improved return-loss performance," vol. 41, no. 1, pp. 52-61, 1999.
- [16] A. Akiyama, "High gain radial line slot antennas for millimetre wave applications," vol. 147, no. 2, pp. 134-138, 2000.
- [17] Y. Kim, J. Lee, H. Chae, J. Park, S.-C. Kim, & S. J. E. L. Nam, "60 GHz band radial line slot array antenna fed by rectangular waveguide," vol. 38, no. 2, pp. 59-60, 2002.
- [18] J. F. González, P. Padilla, G. Expósito-Domínguez, M. J. I. A. Sierra-Castañer, & W. P. Letters, "Lightweight portable planar slot array antenna for satellite communications in X-band," vol. 10, pp. 1409-1412, 2011.
- [19] J. Xu, Z. N. Chen, X. J. I. T. o. A. Qing, & Propagation, "270-GHz LTCC-integrated strip-loaded linearly polarized radial line slot array antenna," vol. 61, no. 4, pp. 1794-1801, 2012.
- [20] T. Nguyen., "An equivalent double layer model for a fast design and analysis of high gain-multilayer radial line slot antennas," vol. 96, no. 11, pp. 2891-2900, 2013.
- [21] C.-W. Yuan, S.-R. Peng, T. Shu, Z.-Q. Li, H. J. I. T. o. A. Wang, & Propagation, "Designs and experiments of a novel radial line slot antenna for high-power microwave application," vol. 61, no. 10, pp. 4940-4946, 2013.
- [22] Y. J. I. T. o. A. Rahmat-Samii & Propagation, "Useful coordinate transformations for antenna applications," vol. 27, no. 4, pp. 571-574, 1979.
- [1] K. Zhang, D. Li, K. Chang, K. Zhang, & D. Li, "Electromagnetic theory for microwaves and optoelectronics," Springer, 1998.
- [2] G. A. T. Warren L. Stutzman, "Antenna Theory and Design," Wiley, 2012, p. 848.
- [3] H. Arai, "Radial Line Slot Antennas," in Handbook of Antenna Technologies, Z. N. Chen, D. Liu, H. Nakano, X. Qing, and T. Zwick, Eds. Singapore: Springer Singapore, pp. 1773-1785, 2016,
- [4] A. H. W. Beck, "Space charge waves, and slow electromagnetic waves," 1958.
- [5] A. F. Harvey, "Periodic and Guiding Structures at Microwave Frequencies," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 8, no. 1, pp. 30-61, 1960.



- [25] X. Pan, C. G. Christodoulou, J. Lawrance, J. McConaha, & M. Landavazo, "Cold & hot tests of an S-band antenna for high power microwave systems," presented at the 2017 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting, 2017. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/apuscursinrsm.2017.8072356>
- [23] S. Peng, C. Yuan, & T. Shu, "Analysis of a high power microwave radial line slot antenna," Review of Scientific Instruments, vol. 84, no. 7, p. 074701, 2013.
- [24] H. Sasazawa, Y. Oshima, K. Sakurai, M. Ando, N. J. I. t. o. a. Goto, & propagation, "Slot coupling in a radial line slot antenna for 12-GHz band satellite TV reception," vol. 36, no. 9, pp. 1221-1226, 1988.