

## مکان‌یابی و تخمین موقعیت زاویه‌ای هدف با یک عنصر گیرنده با استفاده از

## آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی

مرضیه گلابی<sup>۱</sup>، عباس شیخی<sup>۲\*</sup>، مهرزاد بیغش<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکترا، ۲ و ۳- استاد، دانشگاه شیراز

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۲۸، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۰۷)

## چکیده

آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی (FDA)، آرایه‌هایی هستند که در آن‌ها یک شکل موج واحد روی تمامی عنصرها با اختلاف ناچیزی در فرکانس حامل اعمال می‌شود. همین اختلاف اندک در فرکانس حامل، منجر به ایجاد یک الگوی پرتوی وابسته به برد می‌گردد که، برخلاف الگوی پرتوی مستقل از برد رایج در رادار آرایه فازی می‌باشد. در این مقاله، سیگنال دریافتی ناشی از یک آرایه خطی با چندگانگی فرکانسی الگوسازی و شبیه‌سازی شده و نشان داده شده است که این سیگنال، تابعی از برد و زاویه است. در ادامه و با بررسی عمیق‌تر سیگنال دریافتی در آرایه FDA، قابلیت زاویه‌سنجی اهداف تنها با یک عنصر گیرنده در این آرایه‌ها اثبات شده و در نهایت الگوریتمی مبتنی بر خاصیت تزویج برد- زاویه ذاتی موجود در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی به منظور تخمین زاویه هدف تنها با یک عنصر در دریافت، در حالت‌های تک‌هدفه و چندهدفه پیشنهاد شده است. نتایج شبیه‌سازی کارایی الگوریتم پیشنهادی را تأیید می‌کنند.

## کلید واژه‌ها: آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی، تخمین زاویه، مکان‌یابی، تزویج برد- زاویه، فیلتر منطبق

[۲]. اختلاف فرکانس ناچیز بین عنصرها در این گونه رادارها به شکل یک شیفت‌دهنده فاز بسیار سریع عمل می‌کند و نیاز سامانه به شیفت‌دهنده فاز برای پوشش فضا را رفع می‌کند. در واقع، تغییر فاز بسیار سریع ناشی از اختلاف فرکانس بین عنصرها، منجر به پوشش فضا با سرعت بالا و بدون احتیاج به شیفت‌دهنده‌های فاز پرهزینه می‌شود.

آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی در دیدگاه اول با آرایه‌های فازی، آرایه‌های با پوشش فرکانسی، MIMO و OFDM مشابهت دارد. در رادارهای با پوشش فرکانسی، تغییر فرکانس سیگنال ارسالی به صورت تابعی از زمان و هم‌زمان بر روی تمام عنصرها به میزان یکسان اعمال می‌شود. این در حالی است که در رادارهای FDA، اختلاف فرکانس، تابعی از اندیس عنصرهای آنتن می‌باشد و باعث می‌شود تا اختلاف فاز سیگنال عنصرهای مجاور در هر لحظه از زمان متفاوت گردد [۱]. FDA با رادارهای MIMO<sup>۳</sup> و OFDM<sup>۴</sup> از لحاظ نوع سیگنال ارسالی متفاوت است [۱]. در رادارهای MIMO مرسوم، هر عنصر اقدام به ارسال یک سیگنال مستقل و ترجیحاً متعامد می‌کند؛ حال، آن‌که در رادارهای FDA سیگنال‌های ارسالی در هر عنصر با عنصر مجاور همپوشانی دارد و در حوزه فرکانس طیف آنان به یکدیگر نزدیک می‌باشد. در ضمن، در FDA برخلاف OFDM لزومی به تعامد زیرحامل‌ها نمی‌باشد. FDA با سامانه‌های آرایه فازی مرسوم که جهت پرتو مستقل از برد است متفاوت می‌باشد. در واقع در سامانه‌های آرایه فازی،

## ۱- مقدمه

تحقیقات انجام شده در زمینه رادار در طول چندین دهه، نشان داده که به کارگیری چندگانگی در حوزه‌های مختلف شامل فضا، فرکانس، زمان، پلاریزاسیون و اخیراً شکل موج، موجب بهبود آشکارسازی و عملکرد رادار در تخمین شاخص‌ها و بهبود عملکرد رادار در حذف تداخل‌های ناشی از محیط و جرمها<sup>۱</sup> می‌گردد [۱].

آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی، گونه‌ای از رادارهای آرایه‌ای می‌باشند که در آن‌ها یک افزایش فرکانس ناچیز - در مقایسه با فرکانس حامل - بین عنصرهای آرایه اعمال می‌شود [۲]. تفاوت فرکانس حامل سیگنال‌های ارسالی عنصرها در آرایه‌های FDA<sup>۲</sup>، متناظر با تغییر فاز بین عنصرها با زمان می‌باشد و در نتیجه فاز سیگنال ارسالی در هر لحظه از زمان، در برخی نقاط فضا به صورت سازنده و در برخی نواحی دیگر به صورت مخرب با هم جمع شوند و موجب ایجاد یک الگوی تشعشعی تابع برد، زاویه و زمان می‌گردند که توزیع فضایی و دامنه آن با میزان انحراف فرکانسی زیرحامل‌ها و نیز تعداد عنصرها قابل کنترل است. الگوی تشعشعی متمایز FDA در مقایسه با رادارهای MIMO و آرایه فازی باعث شده است که این گونه آرایه‌ها از زمان معرفی توسط Antonik و Wicks در سال ۲۰۰۶، مورد توجه محققان قرار گیرد

\*رایانامه نویسنده مسئول: sheikhi@shirazu.ac.ir

<sup>۱</sup> Jammer<sup>۲</sup> Frequency Diverse Array<sup>۳</sup> Multiple Input-Multiple Output<sup>۴</sup> Orthogonal Frequency Division Multiplexing

با توجه به معایب روش‌های مبتنی بر طراحی انحراف فرکانسی، دسته سوم روش‌های مکان‌یابی بر طراحی ساختار آرایه و پیکربندی آن تمرکز دارند. در واقع اساس این روش‌ها، مبتنی بر طراحی الگوی تشعشعی ارسال و شکستن آرایه به دو یا چندین زیرآرایه همپوشان یا غیر همپوشان و طراحی زیرآرایه‌ها به منظور نیل به خواسته‌های مسئله می‌باشد [۱۷-۱۴]. به عبارتی در این دسته، با شکستن آرایه ارسال FDA به چند زیرآرایه که هر یک، شکل موج منحصر به فردی را با وزن‌دهی‌های متفاوت ارسال می‌کند و الگوسازی مسئله به صورت یک مسئله بهینه‌سازی به ارائه الگوریتمی جهت تخمین زاویه و برد در آرایه FDA می‌پردازند. به عنوان نمونه، آرایه با چندگانگی فرکانسی در [۱۴] به دو زیرآرایه FDA، هر یک با انحراف فرکانسی متفاوت شکسته شده است. تخمین موقعیت برد و زاویه‌ای هدف در [۱۵] در دو مرحله صورت می‌پذیرد. بدین شکل که در مرحله اول با توجه به خروجی زیرآرایه‌ها ابهام در برد رفع شده و برد هدف تخمین زده می‌شود. در مرحله دوم با پردازش مبتنی بر مونوپالس<sup>۱</sup> ارائه شده، زاویه هدف حاصل می‌گردد. شکستن آرایه ارسال FDA به تعدادی زیرآرایه در [۱۶ و ۱۷] نیز مطرح شده است.

استفاده از روش دوپالسه که در آن در دو ارسال متوالی، یک پالس به صورت FDA (با انحراف فرکانسی) و پالس دیگر به صورت آرایه فازی (بدون انحراف فرکانسی) فرستاده می‌شود به عنوان روشی جهت تخمین موقعیت در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی در مرجع شماره [۱۸] معرفی شده است. بدین صورت که در پالس اول، زاویه هدف از روش‌های مرسوم در رادارهای آرایه فازی استخراج شده و در پالس دوم با داشتن زاویه هدف، برد آن با استفاده از آرایه با چندگانگی فرکانسی حاصل می‌گردد.

تلفیق آرایه FDA خطی با رادار MIMO، دسته چهارم روش‌های معرفی شده برای مکان‌یابی اهداف در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی می‌باشد [۲۴-۲۲]. به منظور تخمین زاویه و برد، [۲۲] تواما از آرایه FDA با رادار MIMO با فرض تعامد سیگنال‌ها استفاده نموده است. ترکیب MIMO-FDA با روش دوپالسه به عنوان روشی جهت تخمین موقعیت در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی در [۲۳] مطرح شده است. ارسال دو پالس متوالی FDA با انحراف فرکانسی‌های قرینه یکدیگر، به عنوان روشی برای تخمین زاویه و برد در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی در [۲۴] به کار گرفته شده است.

هرچند که از زمان معرفی آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی حدود یک دهه می‌گذرد، نحوه به کارگیری الگوی تشعشعی وابسته به برد و زاویه در مکان‌یابی اهداف هنوز یک مسأله باز است.

الگوی تشعشعی ایجاد شده یک زاویه خاص را در تمامی بردها پوشش می‌دهد و پویش فضا مستلزم تغییر فاز بین عناصر با شیفت‌دهنده فاز می‌باشد؛ حال، آن که FDA، الگوی تشعشعی ارائه می‌کند که هم‌زمان تابع برد و زاویه می‌باشد. ویژگی‌های الگوی تشعشعی FDA و متناوب بودن آن در [۱ و ۳] تحلیل شده است. به علت تزویج<sup>۱</sup> برد و زاویه موجود در الگوی تشعشعی آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی، مبحث تخمین زاویه و برد از زمینه‌های تحقیقاتی مطرح در این آرایه‌ها می‌باشد که پژوهش‌های بسیاری را به خود اختصاص داده است [۲۵-۴].

به منظور کاهش یا از بین بردن تزویج برد و زاویه در الگوی تشعشعی آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی برای موقعیت‌یابی اهداف، روش‌های متنوعی در مقالات پیشنهاد شده است که می‌توان آن‌ها را در چهار دسته کلی گنجانند.

دسته اول روش‌های مکان‌یابی، به بررسی اثر چیدمان فیزیکی عناصرها بر الگوی تشعشعی می‌پردازند. به عنوان مثال، فاصله‌گذاری غیریکنواخت بین عناصرهای آرایه در مرجع شماره [۱] منجر به از بین بردن تزویج برد و زاویه و ایجاد الگوی تشعشعی متنوعی شده است. آرایه‌های فرکانسی غیریکنواخت در مرجع شماره [۴] نیز پیشنهاد شده‌اند. باید توجه داشت که به علت نیاز به تغییر مکان عناصرها به صورت مکانیکی، روش یاد شده غیرعملی و غیرقابل پیاده‌سازی می‌باشد.

دسته دوم روش‌های مکان‌یابی، با طراحی انحراف فرکانسی سعی در سنتز یک الگوی تشعشعی دارند که در آن برد و زاویه تزویجی با هم نداشته باشند. می‌توان از روش‌های انحراف فرکانسی لگاریتمی [۵]، انحراف فرکانسی مبتنی بر پنجره [۶]، انحراف فرکانسی مدوله شده با کد [۷] و الگوریتم‌های بهینه‌سازی هوشمند [۸] به عنوان مثال‌هایی از این دسته نام برد. اعمال انحراف فرکانسی لگاریتمی بر روی چند حامل به همراه بهینه‌سازی محدب در [۹ و ۱۰] جهت سنتز یک الگوی تشعشعی سوزنی شکل در ارسال معرفی شده‌اند. پیچیدگی محاسباتی زیاد و حساسیت الگوی تشعشعی به خطای چندی کردن<sup>۲</sup> انحراف فرکانسی طراحی شده از معایب این روش‌ها می‌باشد. آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی تصادفی و کوپرایم<sup>۳</sup> نیز، دو روش با انحراف فرکانس غیریکنواخت دیگر به منظور مکان‌یابی اهداف می‌باشند که به ترتیب در [۱۱ و ۱۲] مطرح شده‌اند. اعمال انحراف فرکانسی تصادفی بین عناصرهای آرایه FDA جهت تخمین موقعیت در [۱۳] نیز ارائه شده است. این روش‌ها مبتنی بر تخمین گرهای<sup>۴</sup> ML، الگوریتم‌های MUSIC و یا حسگری فشرده<sup>۵</sup> می‌باشند که بار محاسباتی و دقت مکان‌یابی در آن‌ها وابسته به شبکه‌بندی از پیش تعریف شده برای جستجو است.

<sup>۱</sup> coupling

<sup>۲</sup> quantization

<sup>۳</sup> coprime

<sup>۴</sup> Maximum Likelihood

<sup>۵</sup> Compressed Sensing

آرایه FDA با اعمال تنها یک انحراف فرکانسی واحد بین عنصرها و بدون نیاز به شکستن آرایه به زیرآرایه، می‌پردازد.

ساختار مقاله بدین صورت است. در بخش دوم، سیگنال دریافتی در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی الگوسازی می‌گردد. بخش سوم به شبیه‌سازی سیگنال دریافتی و بررسی خواص آن، می‌پردازد. الگوریتم پیشنهادی به منظور مکان‌یابی با یک عنصر گیرنده در حالت‌های تک هدفه و تعمیم آن به سناریوی چندهدفه در بخش چهارم ارائه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی به منظور اثبات قابلیت الگوریتم در بخش پنجم و جمع‌بندی و تحلیل نتایج در بخش ششم آورده شده است. در نهایت، مقاله در بخش هفتم نتیجه‌گیری می‌گردد.

## ۲- الگوسازی سیگنال دریافتی در آرایه با چندگانگی فرکانسی

برخلاف رادارهای آرایه فازی مرسوم، شکل موج ارسالی از هر عنصر در FDA روی فرکانس‌های حاملی با یک افزایش فرکانس  $\Delta f$  ارسال می‌شود. در صورتی که  $M$  عنصر فرستنده با چیدمان خطی و فواصل بین عنصر  $d_t$  داشته باشیم، سیگنال ارسالی توسط عنصر  $m$ ام FDA یا  $S_m(t)$  به صورت زیر الگو می‌شود:

$$S_m(t) = \phi(t) e^{j2\pi(m-1)\Delta f t} e^{j2\pi f_0 t} \quad (1)$$

$$m = 1, \dots, M$$

در این رابطه سیگنال  $\phi(t)$  باند پایه فرستنده  $m$ ام،  $f_0$  فرکانس حامل و  $M$  تعداد عنصرهای فرستنده می‌باشد. با در نظر گرفتن عنصر اول به عنوان عنصر مرجع و با فرض باند باریک بودن سیگنال ارسالی، سیگنال دریافتی در گیرنده‌ای با یک عنصر ناشی از  $K$  هدف متحرک در حضور نویز گیرنده در بازه  $||m$  دریافت پالس مطابق رابطه (۲) می‌باشد [۲۵].

در رابطه (۲)،  $\alpha_k^t$ ،  $\theta_k^t$ ،  $r_k^t$  و  $v_k^t$  به ترتیب دامنه دریافتی، زاویه، برد و سرعت هدف  $k$ ام می‌باشد.  $T$ ، بازه تکرار پالس و  $n(t)$  نیز نمایانگر نویز گیرنده است. با فرض باریک باند بودن سیگنال ارسالی، سیگنال باند پایه دریافتی را می‌توان به صورت رابطه (۳) ساده‌سازی نمود [۲۵].

## ۳- بررسی سیگنال دریافتی از هدف در آرایه با چندگانگی فرکانسی

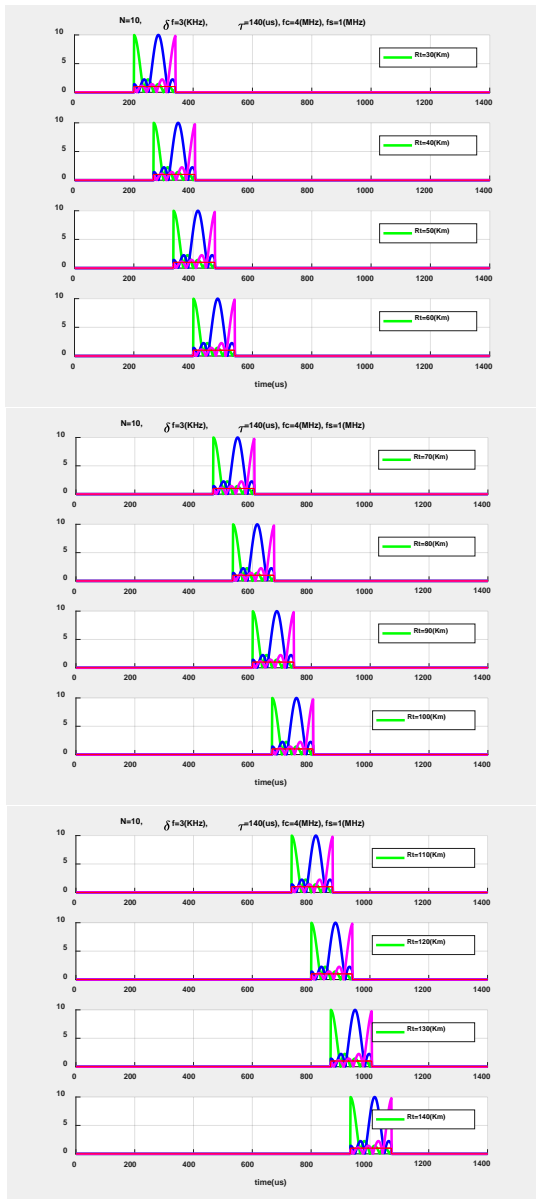
در این بخش، سیگنال دریافتی از یک هدف، در یک آرایه خطی FDA نوعی با ۱۰ عنصر فرستنده و یک عنصر گیرنده شبیه‌سازی می‌گردد. بدون از دست دادن کلیت و به منظور فهم بهتر، در شبیه‌سازی‌ها فرض بر آن است که سیگنال ارسالی فرستنده‌ها،

یک ویژگی منحصر به فرد و ذاتی در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی، تزویج برد- زاویه است که در این مقاله پس از الگوسازی سیگنال دریافتی، به آن پرداخته شده است. مقالات ارائه شده در زمینه مکان‌یابی اهداف در آرایه‌های FDA، اکثراً مبتنی بر الگوی تشعشعی بوده و با توجه به خواص الگوی تشعشعی به ارائه روش‌های مکان‌یابی می‌پردازند. حال، آن‌که الگوی تشعشعی تنها چگالی امواج الکترومغناطیسی تشعشع یافته از آنتن را در برد و زاویه و آن هم در یک لحظه از زمان - به علت تغییرپذیر با زمان بودن الگوی تشعشعی در این آرایه‌ها - نشان می‌دهد. نکته حائز اهمیت این است که سیگنال دریافتی حاصل از چندگانگی فرکانسی آرایه چیست و چه خواصی دارد و چگونه می‌توان از این خواص استفاده نمود که در این مقاله به آن پرداخته می‌شود. در واقع در این پژوهش، مطابق پژوهش پیشین انجام شده توسط نویسندگان [۲۵]، به جای تمرکز بر دیدگاه مرسوم مبتنی بر الگوی تشعشعی در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی، توجه خود را به سیگنال دریافتی و خواص آن و نحوه به‌کارگیری این خواص، معطوف نموده‌ایم و به این آرایه‌ها از منظری جدید پرداخته‌ایم که با رویکرد مرسوم مبتنی بر الگوی تشعشعی متفاوت است. بنابراین تزویج برد- زاویه موجود در این آرایه‌ها که در مقالات از آن به عنوان نقطه ضعف این آرایه‌ها نام برده می‌شود و سعی در کاهش و از بین بردن آن دارند، در این مقاله به عنوان نقطه قوت شناخته شده و حتی بستری برای زاویه‌سنجی اهداف صرفاً با یک عنصر گیرنده در اختیار می‌گذارد.

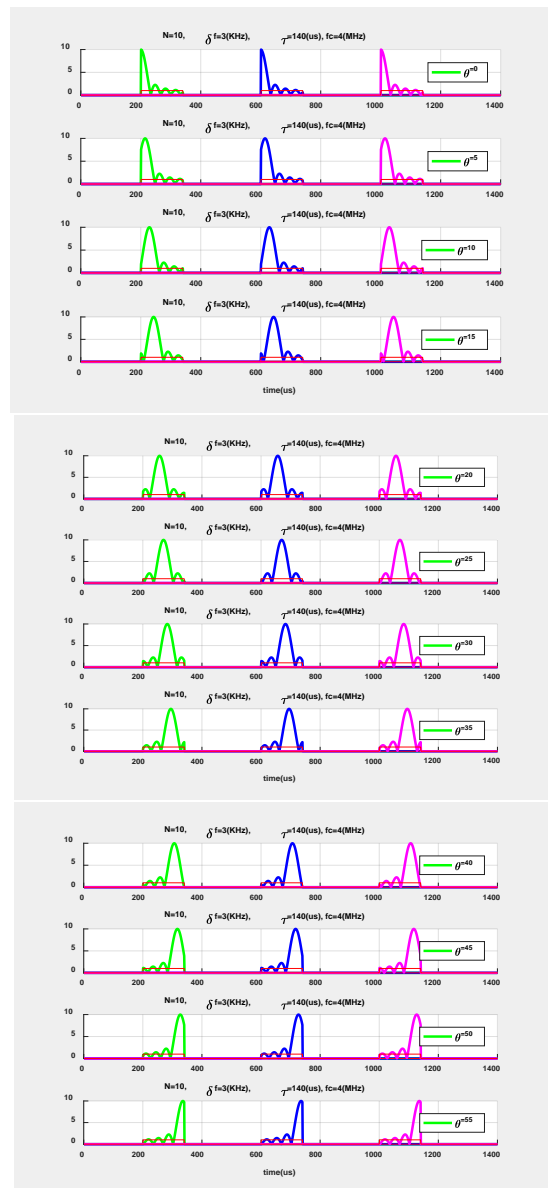
باید توجه داشت که تمامی مقالات مرتبط به تخمین زاویه هدف به دسته‌ای از آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی می‌پردازند که هم در مسیر ارسال و هم در مسیر دریافت، آرایه‌ای از عنصرها حضور دارند. حال، آن‌که در این مقاله، به تبیین و اثبات قابلیت منحصر به فرد آرایه‌های FDA در زاویه‌سنجی اهداف تنها با یک عنصر دریافت پرداخته می‌شود. در ضمن، همان‌گونه که پیش‌تر ذکر شد، اکثر مقالات با ارسال دو گونه پالس (دو پالس با انحراف فرکانسی‌های متفاوت در هر بار ارسال)، شکستن آرایه به چندین زیرآرایه یا تلفیق آرایه FDA با MIMO به تخمین زاویه در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی می‌پردازند. اما بررسی صورت گرفته بر روی سیگنال دریافتی در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی در این پژوهش، استفاده از تنها یک گونه پالس FDA و بدون نیاز به وجود تنوع در انحراف فرکانسی بین عنصرهای مجاور در ارسال‌های متوالی به منظور زاویه‌سنجی را ممکن می‌داند و بر همین اساس، یک روش زاویه‌سنجی در این آرایه‌ها از منظر جدید و با بررسی ویژگی‌های سیگنال دریافتی از زوایای مختلف تبیین می‌نماید. لذا این مقاله، علاوه بر معرفی قابلیت آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی در تخمین زاویه تنها با یک عنصر گیرنده، به ارائه الگوریتمی جهت زاویه‌سنجی اهداف در یک

می‌گردند. فرکانس حامل عنصر مرجع ۴ MHz و اختلاف فرکانس بین عنصرهای مجاور ۳ KHz می‌باشد.

پالس مستطیلی با عرض ۱۴۰ us است که بر فرکانس‌های حامل مختلف و نزدیک به هم (نسبت به فرکانس حامل)، ارسال



شکل (۲): دامنه سیگنال دریافتی از سه هدف واقع در زوایای یکسان و بردهای مختلف (برد اهداف ۴۰، ۷۰ و ۱۰۰ کیلومتر که به ترتیب با رنگ‌های سبز، آبی و صورتی نشان داده شده‌اند).



شکل (۱): دامنه سیگنال دریافتی از سه هدف واقع در بردهای یکسان و زوایای مختلف (زوایای اهداف ۰، ۳۰ و ۶۰ درجه که به ترتیب با رنگ‌های سبز، آبی و صورتی نشان داده شده‌اند).

$y(t + lT) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^{M-1} \alpha_k^t \left[ \varphi \left( t - \frac{md_t \sin(\theta_k^t)}{c} - \frac{2r_k^t}{c} - \frac{2v_k^t(t + lT)}{c} \right) \times e^{j2\pi f_0 \left( t + lT - \frac{md_t \sin(\theta_k^t)}{c} - \frac{2r_k^t}{c} - \frac{2v_k^t(t + lT)}{c} \right)} e^{j2\pi m \Delta f \left( t + lT - \frac{md_t \sin(\theta_k^t)}{c} - \frac{2r_k^t}{c} - \frac{2v_k^t(t + lT)}{c} \right)} \right] + n(t + lT)$	(۲)
$y_b(t + lT) = \sum_{k=1}^K \alpha_k^t e^{-j2\pi f_0 \left( \frac{2r_k^t}{c} + \frac{2v_k^t(t + lT)}{c} \right)} \varphi \left( t - \frac{2r_k^t}{c} \right) e^{j\pi(M-1)\gamma_k^t \left( \frac{\sin(M\pi\gamma_k^t)}{\sin(\pi\gamma_k^t)} \right)} + n_b(t + lT)$	(۳)
$\gamma_k^t = \frac{f_0 d \sin(\theta_k^t)}{c} - \Delta f(t + lT) + \frac{2\Delta f r_k^t}{c} + \frac{2\Delta f v_k^t(t + lT)}{c}$	(۴)

#### ۴- الگوریتم پیشنهادی به منظور مکان‌یابی و تخمین زاویه هدف با یک عنصر گیرنده

همان‌گونه که در بخش پیشین ارائه شد، سیگنال‌های دریافتی از زوایای مختلف، در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی با شکل موج‌های متفاوتی مدوله می‌گردند و همین اصل، پایه روش پیشنهادی تخمین زاویه هدف را شکل می‌دهد. در ضمن، با توجه به شاخصهای آرایه با چندگانگی فرکانسی از جمله میزان انحراف فرکانسی و نیز تعداد عنصرهای آرایه در ارسال، می‌توان به شکل موج متناظر با هر راستا دست یافت.

در ادامه، الگوریتم پیشنهادی به منظور مکان‌یابی و تخمین زاویه هدف ابتدا در حالت تک هدفه و سپس تعمیم آن به حالت چند هدفه ارائه می‌گردد.

#### ۴-۱- مکان‌یابی و تخمین زاویه یک هدف با یک عنصر گیرنده

حالتی را در نظر بگیرید که در آن تنها یک هدف در محیط وجود دارد. با توجه به مطالب ذکر شده، منطقی به نظر می‌رسد که در حالت تک هدفه، راستای هدف برابر با زاویه‌ای در نظر گرفته شود که در آن، بیشینه شباهت بین سیگنال دریافتی و شکل موج آن زاویه وجود دارد. در واقع، باید همبستگی بین سیگنال آغشته به نویز دریافتی و شکل موج راستاهای مختلف محاسبه گردد و در نهایت، راستای با بیشینه همبستگی به عنوان زاویه هدف اعلام گردد.

به عبارت دیگر، اگر  $f(t, \theta)$  شکل موج مورد انتظار دریافتی از زاویه  $\theta$  باشد، یعنی

$$f(t, \theta) = w(t, \theta)\phi(t) \quad (5)$$

که در آن  $\phi(t)$  سیگنال ارسالی عنصرها و  $w(t, \theta)$  شکل موج مدوله‌کننده ناشی از FDA بودن آرایه است:

$$w(t, \theta) = e^{j\pi(M-1)\gamma_k^t(\theta)} \left( \frac{\sin(M\pi\gamma_k^t(\theta))}{\sin(\pi\gamma_k^t(\theta))} \right) \quad (6)$$

آنگاه، زاویه هدف از حل مسئله بهینه‌سازی زیر حاصل می‌گردد:

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \arg \max_{\theta} |(y(t) * f^H(-t, \theta))| \\ &= \arg \max_{\theta} \left| \int y(t - \tau) f^H(-\tau, \theta) d\tau \right| \\ &= \arg \max_{\theta} \left| \int y(t - \tau) e^{-j\pi(M-1)\gamma_k^{-\tau}(\theta)} \left( \frac{\sin(M\pi\gamma_k^{-\tau}(\theta))}{\sin(\pi\gamma_k^{-\tau}(\theta))} \right) \phi^H(-\tau) d\tau \right| \quad (7) \\ &\text{subject to } \theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max} \\ &\left| \int y(t - \tau) f^H(-\tau, \theta) d\tau \right| \geq \eta \end{aligned}$$

دامنه سیگنال دریافتی از اهداف واقع در برد و زوایای مختلف در شکل‌های (۱) و (۲) ارائه شده‌اند. شکل (۱)، دامنه سیگنال دریافتی از اهداف واقع در برد یکسان و زوایای ۰، ۳۰ و ۶۰ درجه را نمایش می‌دهد. برد هر ۳ هدف در هر زیر شکل یکسان و برابر با مقدار ذکر شده است. شکل (۲)، دامنه سیگنال دریافتی از اهداف واقع در زاویه یکسان و بردهای ۴۰ km، ۷۰ km و ۱۰۰ km را نشان می‌دهد. زاویه اهداف در هر زیر شکل، قید شده است.

لازم به ذکر است که پالس قرمز رنگ ارائه شده در نمودارها، نمایانگر مکان و شکل پالس سیگنال هنجار شده دریافتی در رادار آرایه فازی معادل ( $\Delta f = 0$ )، می‌باشد.

با توجه به شکل‌های (۱) و (۲)، می‌توان به نتایج مهم زیر در مورد آرایه‌های FDA دست یافت [۲۵]:

(۱) برخلاف رادارهای آرایه فازی، پالس مستطیلی ارسالی با یک شکل موج شبه سینک به شکل  $\frac{\sin(M\pi\gamma_k^t)}{\sin(\pi\gamma_k^t)}$  مدوله می‌شود. باید توجه داشت که سیگنال شبه سینک مذکور متناوب است و پهنای لوب اصلی<sup>۱</sup> و نسبت قله به لوب جانبی<sup>۲</sup> در آن با میزان انحراف فرکانسی و نیز تعداد عنصرهای فرستنده قابل تنظیم است.

(۲) زوایای رؤیت شده با بیشینه دامنه سیگنال، محدوده پوشش زاویه‌ای آرایه FDA را شکل می‌دهد. میزان انحراف فرکانسی و نیز تعداد عنصرهای فرستنده از شاخص‌های مهم تأثیرگذار در تعیین محدوده پوشش زاویه‌ای آرایه با چندگانگی فرکانسی می‌باشد. در شبیه‌سازی ارائه شده، محدوده پوشش ۶۰ درجه می‌باشد. باید توجه داشت که تمامی زوایای موجود در محدوده پوشش، بدون نیاز به هیچ‌گونه جاروب الکترونیکی و یا مکانیکی، با سرعت بالایی جاروب می‌شوند؛ چراکه انحراف فرکانسی موجود بین عنصرها، نقش یک شیفت‌دهنده فاز بسیار سریع و متغیر با زمان را ایفا می‌کند.

(۳) سیگنال‌های دریافتی از یک زاویه خاص، شکل موج یکسانی دارند. به عبارت دیگر، تمامی اهداف واقع در یک راستا با شکل موج یکسانی مدوله می‌شوند که زمان رخداد آن‌ها وابسته به برد اهداف است. این بدان معناست که سیگنال دریافتی از اهداف واقع در یک زاویه، از لغزاندن شکل موج متناظر با آن زاویه در زمان به اندازه تأخیر هدف، حاصل می‌گردند.

(۴) سیگنال دریافتی از اهداف واقع در زوایای مختلف، متمایزند حتی اگر برد آن‌ها یکسان باشد. لذا برخلاف رادارهای مرسوم، اهدافی که برد یکسان و راستاهای مختلفی دارند با شکل موج‌های مختلف، دریافت می‌گردند. این بدان معناست که مکان لوب‌های اصلی و فرعی در سیگنال‌های شبه سینک دریافتی از زوایای مختلف، متفاوت است.

<sup>۱</sup> Mainlobe

<sup>۲</sup> Sidelobe

منطبق بر شکل موج دریافتی از زاویه  $\theta$  می‌باشد. پس جستجو روی مجموعه  $\Omega$  که شامل  $P$  عضو است به‌منظور یافتن همبستگی سیگنال دریافتی با شکل موج مورد انتظار دریافتی از زوایای مختلف، معادل می‌شود با عبور دادن سیگنال دریافتی از بانکی از فیلترها با  $P$  فیلتر که هر کدام منطبق بر شکل موج مورد انتظار دریافتی از یک زاویه خاص در مجموعه  $\Omega$  است. توجه به این نکته ضروری است که با توجه به شاخصهای آرایه با چندگانگی فرکانسی از جمله میزان انحراف فرکانسی و نیز تعداد عنصرهای آرایه در ارسال، می‌توان به شکل موج متناظر با هر راستا دست یافت و بانکی از فیلترهای منطبق بر شکل موج هر زاویه، تشکیل داد. در ادامه، با داشتن مجموعه شکل موج‌های ممکن دریافتی از زوایای تحت پوشش، سیگنال دریافتی با این مجموعه شکل موج مقایسه شده و راستایی که بیشینه همبستگی و در نتیجه بیشینه شباهت بین سیگنال دریافتی و مجموعه شکل موج‌ها وجود دارد، به‌عنوان زاویه هدف اعلام می‌گردد. بلوک دیاگرام الگوریتم پیشنهادی در حالت تک هدفه، در شکل (۳) ارائه شده است. مطابق بلوک دیاگرام، با عبور سیگنال دریافتی از بانک فیلترهای منطبق، در واقع همبستگی بین سیگنال دریافتی و شکل موج دریافتی از زوایای مختلف محاسبه می‌گردد. در ادامه، با عبور از آشکارساز پوش، دامنه خروجی فیلترهای منطبق حاصل شده و بیشینه دامنه خروجی فیلتر در هر یک از مسیرها استخراج می‌شود. در نهایت، زاویه مربوط به مسیر متناظر با بیشترین قله، در صورت عبور از آستانه، به‌عنوان زاویه هدف انتخاب می‌گردد. بنابراین به‌منظور استخراج زاویه هدف به روش پیشنهادی، ابتدا باید بانکی از فیلترهای منطبق بر شکل موج دریافتی از زوایای تحت پوشش تهیه کنیم. مطابق آنچه پیش‌تر ذکر شد، شکل موج مختلط دریافتی از هر زاویه  $\theta_i$  عبارت است از [۲۵]:

$$f(t, \theta_i) = e^{j\pi(M-1)\gamma(t, \theta_i)} \left( \frac{\sin(M\pi\gamma(t, \theta_i))}{\sin(\pi\gamma(t, \theta_i))} \right) \varphi(t) \quad (9)$$

$$i = 1, \dots, P$$

و لذا فیلتر منطبق بر زاویه  $\theta_i$ ، معادل رابطه (۱۰) خواهد بود.

$$h_i(t) = f^H(-t, \theta_i) \quad (10)$$

$$i = 1, \dots, P$$

که در آن  $P$  تعداد فیلترهای مورد نظر می‌باشد. باید توجه داشت که تعداد فیلترها به محدوده پوشش زاویه‌ای و نیز حداکثر خطای زاویه‌سنجی قابل قبول وابسته است.

استخراج زاویه هدف به روش پیشنهادی، معادل طی روند زیر است:

(۱) عبور معادل باند پایه سیگنال دریافتی از بانک فیلترهای منطبق و محاسبه خروجی هر مسیر به شرح زیر:

$$z_i(t) = y_b(t) * h_i(t) = \int h_i(\tau) y_b(t - \tau) d\tau \quad (11)$$

$$i = 1, \dots, P$$

در رابطه  $(Y)$ ،  $y(t)$  سیگنال دریافتی،  $\theta_{min}$  کمینه پوشش زاویه‌ای آرایه FDA،  $\theta_{max}$  بیشینه پوشش زاویه‌ای آرایه FDA،  $\eta$  آستانه آشکارسازی، \* نمایانگر عملگر کانولوشن و بالانویس  $H$  نمایانگر عملگر مزدوج می‌باشد.

باید توجه داشت که مسئله بهینه‌سازی فوق مقید به دو شرط می‌باشد. شرط اول تضمین می‌کند که پاسخ مسئله در محدوده پوشش زاویه‌ای رادار باشد. شرط دوم نیز متضمن آن است که زاویه اعلام شده با احتمال بالایی مربوط به هدف باشد و نه نویز. چرا که حتی در صورت عدم حضور هدف در محیط، بالاخره سیگنال نویز دریافتی ممکن است با یکی از شکل موج‌های مورد انتظار دریافتی بیشترین همبستگی را داشته باشد و در نتیجه راستای متناظر با نویز به‌عنوان زاویه هدف اعلام گردد. آستانه  $\eta$  که از احتمال هشدار کاذب قابل قبول حاصل می‌گردد، متضمن آن است که زاویه اعلان شده با احتمال قابل قبولی ناشی از نویز نباشد.

یک روش حل مسئله بهینه‌سازی فوق، این است که آن را به شکلی دربیابیم که بتوان برای حل آن از الگوریتم‌های موجود برای حل مسائل بهینه‌سازی استفاده نمود. مطالعات بر روی این روش، در حال تکمیل برای ارائه در مقالات آتی می‌باشد. روش دیگری که به ذهن می‌رسد این است که از جستجوی شبکه‌ای<sup>۱</sup> برای به‌دست آوردن نقطه بهینه استفاده شود که یک روش مقدماتی و نه لزوماً بهینه برای حل این‌گونه مسائل بهینه‌سازی می‌باشد. در واقع، مطابق این روش در یک مجموعه  $\Omega$  که شامل تعدادی زاویه است، دنبال زاویه بهینه می‌گردیم. بدون کاستن از کلیت مسأله، در اینجا محدوده پوشش زاویه‌ای رادار به‌طور یکنواخت تقسیم‌بندی شده است. به‌عبارتی این کار معادل آن است که از یک نقطه شروع با گام‌های یکسان به سمت نقطه بهینه حرکت می‌کنیم و چون اطلاعی از راستای مطلوب که همان زاویه هدف است نداریم، باید مقدار تابع همبستگی را در تمامی محدوده پوشش زاویه‌ای مورد نظر محاسبه و بیشینه آن را استخراج کنیم. در واقع با این روش، نقطه بهینه به‌صورت کورکورانه<sup>۲</sup>، حاصل می‌شود.

به‌طور خلاصه، باید در یک مجموعه  $\Omega$  بیشینه تابع موردنظر را مشروط به شرط‌های یاد شده به‌دست آوریم، یعنی:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta \in \Omega} \left| \int y(t - \tau) f^H(-\tau, \theta) d\tau \right| \quad (8)$$

$$\Omega = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P\}$$

$$\text{subject to } \theta_{min} \leq \theta \leq \theta_{max}$$

$$\left| \int y(t - \tau) f^H(-\tau, \theta) d\tau \right| \geq \eta$$

در این رابطه، تعداد اعضای مجموعه  $\Omega$  را نشان می‌دهد. در صورتی که به  $f^H(-t, \theta)$  دقیق‌تر شویم در اصل، بیانگر فیلتر

<sup>۱</sup> grid search

<sup>۲</sup> blind

۴-۲- مکان‌یابی و تخمین زاویه چند هدف با یک عنصر گیرنده

در این بخش، مسئله را عملی‌تر در نظر گرفته و فرض می‌کنیم که تعدادی هدف در حضور کلاتر در محیط وجود دارند. با این فرض، الگوریتم ذکر شده در بخش پیشین، بنا به دلایل زیر نیاز به اصلاحات اندکی دارد.

(۱) در حالت چند هدفه، ممکن است اهداف در راستاهای مختلف قرار داشته باشند و لذا انتخاب راستای با بیشینه همبستگی، منجر به انتخاب هدفی می‌گردد که نسبت به اهداف سایر راستاها قوی‌تر می‌باشد و آشکارسازی و مکان‌یابی سایر اهداف صورت نمی‌پذیرد.

(۲) قرار داشتن چند هدف در یک راستا و بردهای مختلف نیز محتمل است. بنابراین نباید به یافتن قله همبستگی در هر راستا بسنده کرد، چراکه باعث می‌شود در هر راستا قوی‌ترین هدف در برد، انتخاب شود و آشکارسازی و مکان‌یابی سایر اهداف دچار اختلال گردد.

(۳) وجود کلاتر در محیط، کشف اهداف را دشوار می‌کند. بنابراین به منظور بهبود عملکرد الگوریتم در کشف و مکان‌یابی اهداف، تمهیداتی به منظور تضعیف کلاتر و کشف اهداف متحرک نیازمند است.

(۲) محاسبه دامنه خروجی هر فیلتر مطابق (۸)

$$r_i(t) = |z_i(t)|, i = 1, \dots, P \quad (12)$$

(۳) محاسبه بیشینه دامنه هر مسیر

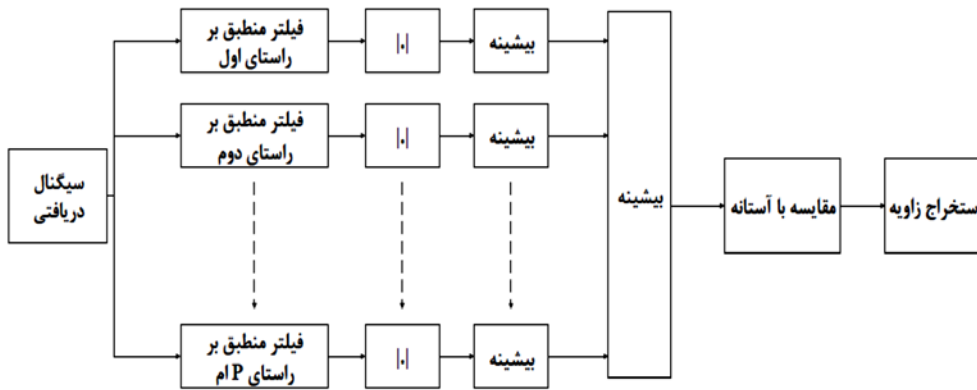
$$x_i = \max r_i(t), i = 1, \dots, P \quad (13)$$

(۴) اعلام زاویه متناظر با بیشینه  $x_i$  به عنوان زاویه هدف

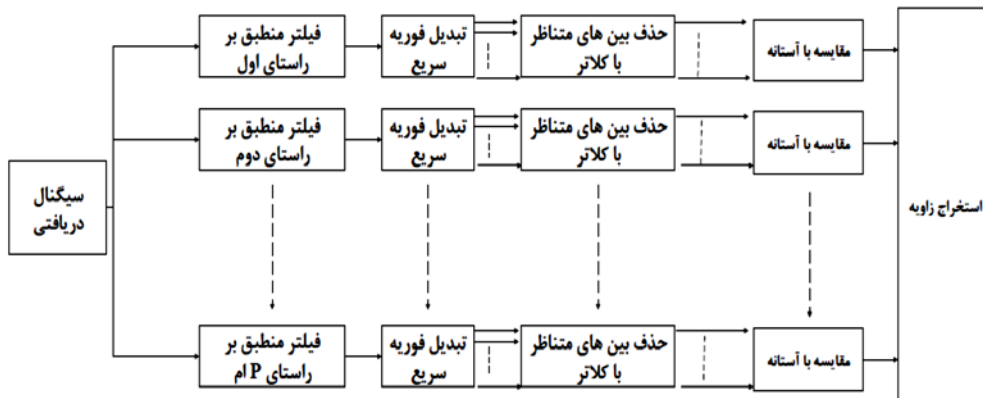
$$k = \arg \max_i x_i \quad (14)$$

$$\hat{\theta} = \theta_k \quad (15)$$

لازم به ذکر است که نحوه تعیین میزان سطح آستانه در الگوریتم ارائه شده، مشابه روش متداول در تمامی رادارها و وابسته به میزان احتمال هشدار کاذب قابل قبول ( $P_{fa}$ ) در سامانه می‌باشد. بنابراین، برای محاسبه میزان آستانه، در بلوک دیاگرام شکل (۴)، به ورودی صرفاً نویز می‌دهیم، الگوریتم را به میزان  $\frac{100}{P_{fa}}$  مرتبه تکرار می‌کنیم و خروجی را ذخیره می‌کنیم. در نهایت، خروجی ذخیره شده را به صورت نزولی (از بیشترین به کمترین) مرتب نموده و صدمین مقدار (از بالا) را به عنوان آستانه انتخاب می‌نماییم. با توجه به همگن بودن نویز و ویژگی‌های سیگنال FDA، نویز در تمامی راستاها به یک میزان تحریک می‌شود و در نتیجه، سطح آستانه در تمامی راستاهای تحت پوشش رادار با هم برابر است.



شکل (۳): بلوک دیاگرام الگوریتم پیشنهادی برای سناریوی تک هدفه.



شکل (۴): بلوک دیاگرام الگوریتم پیشنهادی برای سناریوی چند هدفه.

## ۵- شبیه‌سازی

در شبیه‌سازی‌ها، آرایه FDA با ۳۰ عنصر با چیدمان خطی در ارسال و یک گیرنده تک عنصره در دریافت، در نظر گرفته شده است و فرض بر آن است که فرستنده و گیرنده هم‌مکان هستند. شاخص‌های شبیه‌سازی در جدول زیر ارائه شده‌اند.

جدول (۱): شاخص‌های شبیه‌سازی

مقدار	شاخص
۴ GHz	فرکانس حامل مرجع
۳ KHz	اختلاف فرکانس حامل بین عنصرها
LFM با پهنای باند ۵۰۰ KHz	شکل موج ارسالی هر عنصر
۱۴۰ us	عرض پالس
۷۰۰ us	بازه تکرار پالس
۱	تعداد پالس‌ها

توجه به این نکته ضروری است که استفاده از شکل موج LFM، موجب بهبود حد تفکیک و نیز کارایی هر چه بیشتر الگوریتم می‌گردد و پیشنهاد می‌شود که در ارسال حتماً شکل موج LFM به کار گرفته شود. در واقع، همان‌گونه که پیش‌تر ذکر شد، اعمال فرکانس‌های حامل مختلف و نزدیک به هم بر عنصرهای مجاور، منجر به وابسته شدن شکل موج دریافتی به زاویه و مدوله شدن یک شکل موج شبه سینک بر روی سیگنال ارسالی می‌گردد که یک قله و تعدادی لوب جانبی دارد. مکان این قله‌ها و لوب‌ها به زاویه هدف وابسته است و پهنای لوب‌های اصلی و فرعی و نسبت قله به لوب فرعی به شاخص‌های سامانه از جمله اختلاف فرکانس حامل بین عنصرها، تعداد عنصرها و شکل موج ارسالی هر عنصر بستگی دارد. به عبارتی، مطابق شکل‌های (۱ و ۲)، FDA به نوعی یک مدولاسیون درون پالس وابسته به زاویه بر پالس ارسالی اعمال می‌کند که این مدولاسیون ناشی از ترکیب سیگنال‌های با فرکانس‌های حامل مختلف در فضا می‌باشد. حال، آن‌که استفاده از شکل موج LFM- که خود نوعی مدولاسیون درون پالس است - در آرایه با چندگانگی فرکانسی منجر به کاهش پهنای لوب اصلی شکل موج وابسته به زاویه آرایه FDA و تمایز هر چه بیشتر شکل موج دریافتی از زوایای مختلف می‌گردد. شاخص‌های شبیه‌سازی در جدول (۱) ارائه شده‌اند. باید توجه داشت که شاخص‌های ذکر شده برای تمامی شبیه‌سازی‌ها مشترک‌اند، مگر این‌که خلاف آن ذکر شود.

به منظور نمایش نحوه عملکرد الگوریتم پیشنهادی و اثبات قابلیت آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی در زاویه‌سنجی با یک عنصر گیرنده، هدفی در زاویه ۳۰ درجه قرار داده شده است. بانک فیلتری از فیلترهای منطبق بر شکل موج مورد انتظار

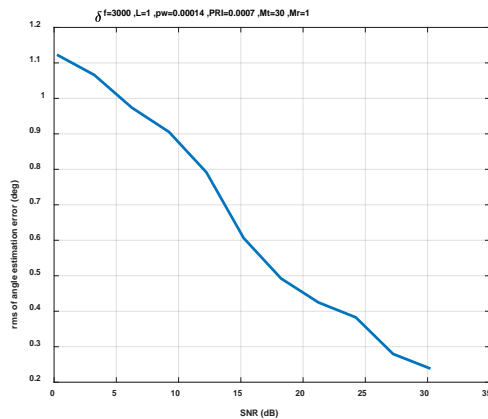
با توجه به مطالب ذکر شده، استفاده از الگوریتم پیشین برای حالت چندهدفه، تنها منجر به اعلان زاویه قوی‌ترین هدف و یا کلاتر شده و ما را در تخمین شاخص‌های آن هدف نیز دچار مشکل می‌نماید. به علاوه، در مواجهه با کلاتر عملکرد مناسبی ندارد. به منظور بهره‌مندی از قابلیت آرایه‌های FDA در مکان‌یابی و تخمین زاویه با یک عنصر گیرنده در سناریوی چندهدفه که مستلزم داشتن حد تفکیک قابل قبولی در برد، داپلر و زاویه می‌باشد و با استناد و تکیه به مطالب پیشین، می‌توان بلوک دیاگرام شکل (۴) را پیشنهاد داد. توجه به این نکته ضروری است که فرض بر عدم وجود ابهام در داپلر است. مطابق این شکل، همان‌گونه که انتظار می‌رود بانک فیلترهای منطبق بر شکل موج مورد انتظار دریافتی از زوایای مختلف، در هر دو حالت مشترک و بخش اساسی الگوریتم زاویه‌سنجی است. با عبور سیگنال دریافتی از بانک فیلترهای منطبق بر شکل موج راستاهای متفاوت، به نوعی همبستگی آن با شکل موج مورد انتظار دریافتی از راستاهای مختلف محاسبه می‌گردد. با توجه به امکان حضور بیش از یک هدف، در خروجی این بخش، همبستگی در زوایایی که در آن‌ها هدفی وجود دارد بیشتر از زوایای فاقد هدف است و خروجی فیلترها در این زوایا برجسته‌تر هستند. بلوک FFT با در اختیار گذاشتن مؤلفه‌های فرکانسی سیگنال، قابلیت حذف کلاتر و کشف اهداف متحرک را در اختیار می‌گذارد. چراکه کلاتر معمولاً سرعت ناچیزی در مقایسه با هدف دارد و لذا می‌توان با حذف مؤلفه‌های فرکانس پایین در خروجی FFT، کلاتر را تا حد ممکن تضعیف نمود و با احتمال بالایی اهداف متحرک را در خروجی داشت. در واقع، پس از گرفتن FFT از سیگنال با توجه به مشخصات کلاتر و گستره آن در فرکانس، می‌توان بین‌های<sup>۱</sup> متناظر با کلاتر در خروجی FFT که معمولاً مؤلفه‌های فرکانس پایین FFT را شامل می‌شوند، حذف نمود و بدین‌وسیله با کلاتر مقابله کرد. به عبارت دیگر، این امر معادل با گذراندن سیگنال از یک فیلتر بالاگذر به منظور فیلتر کردن کلاتر می‌باشد و لذا نیازی به استفاده از فیلتر بالاگذر نیست.

در ادامه، با مقایسه ورودی با آستانه، حضور هدف در سیگنال دریافتی بررسی و در صورت تأیید حضور هدف، اهداف آشکارسازی، مکان‌یابی و زاویه‌سنجی می‌گردند. باید توجه داشت که آستانه از احتمال هشدار کاذب قابل قبول حاصل می‌شود. در واقع، با اصلاحات صورت گرفته، نه تنها قابلیت مقابله با کلاتر را خواهیم داشت، بلکه به علت حد تفکیک قابل قبول در برد، زاویه و سرعت، امکان کشف چندین هدف که حتی در برد، زاویه یا سرعت مشترک باشند نیز وجود خواهد داشت.

<sup>۱</sup> Bin



می‌یابد و این معقول است چون با افزایش توان سیگنال اثر نویز بر تخمین، کمتر می‌شود. باید توجه داشت که SNR ارائه شده در نمودار، SNR خروجی پردازشگر می‌باشد، یعنی بهره آرایه و نیز بهره پردازش در آن لحاظ شده است. بدیهی است که با شاخص‌های ارائه شده، SNR ورودی پردازشگر به راحتی قابل حصول است.

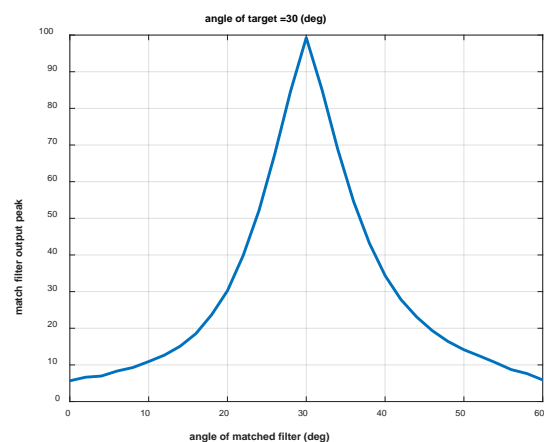


شکل (۶): RMS خطای زاویه‌سنجی بر حسب SNR برای هدف واقع در زاویه ۳۰ درجه.

عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حالت‌های شامل چند هدف با شاخص حد تفکیک زاویه‌ای مشخص می‌گردد که نمایانگر میزان توانمندی الگوریتم در تشخیص و جداسازی دو هدف با برد یکسان و زوایای مختلف و نزدیک به هم می‌باشد. در مرجع [۲۶] نشان داده شده است که حد تفکیک زاویه‌ای در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی با آرایه‌های فازی برابر است.

به منظور نمایش عملکرد الگوریتم در حالت چند هدفه، هدفی در زاویه ۳۰ درجه قرار داده شده و هدف دیگری در همان برد از زاویه ۱۰ درجه به آن نزدیک شده، از آن عبور کرده و تا زاویه ۵۰ درجه به مسیر خود ادامه می‌دهد. نمودارهای شکل (۷ و ۸)، بیشینه دامنه خروجی هر یک از فیلترهای منطبق را بر حسب زاویه هدف دوم به ترتیب در دو آرایه FDA با ۳۰ و ۵۰ عنصر فرستنده نشان می‌دهند. مطابق نمودارها، در حالت ۳۰ عنصره، مادامی که دو هدف بیشتر از ۳ درجه با هم اختلاف زاویه‌ای دارند، الگوریتم قادر به جداسازی آن‌ها می‌باشد ولی هنگامی که اختلاف موقعیت زاویه‌ای دو هدف کمتر از ۳ درجه می‌شود، دیگر قادر به جداسازی اهداف نمی‌باشد. در مقابل، در سناریوی ۵۰ عنصره، این حد تفکیک به ۱/۵ درجه می‌رسد. باید توجه داشت که بهبود حد تفکیک عمدتاً در اثر کاهش پهنای پرتو می‌باشد که ناشی از افزایش تعداد عناصر فرستنده و افزایش سطح مؤثر آنتن است.

دریافتی از زوایای ۰ تا ۶۰ درجه با گام‌های ۲ درجه‌ای ساخته شده است. لذا در مجموع، ۳۱ فیلتر داریم. شکل (۵)، بیشینه دامنه خروجی هر فیلتر را نمایش می‌دهد. طبق این شکل، بیشینه دامنه خروجی بانک فیلتر، در فیلتر منطبق بر شکل موج دریافتی از زاویه ۳۰ درجه، به بیشترین مقدار خود می‌رسد و این مطابق انتظار است. چراکه بیشترین همبستگی بین سیگنال دریافتی و شکل موج‌های موجود در بانک فیلتر زمانی اتفاق می‌افتد که زاویه متناظر در هر دو یکسان باشند. لذا مطابق الگوریتم پیشنهادی پس از مقایسه دامنه‌های خروجی بانک فیلتر، در نهایت زاویه ۳۰ درجه به عنوان زاویه هدف توسط الگوریتم اعلان می‌گردد.



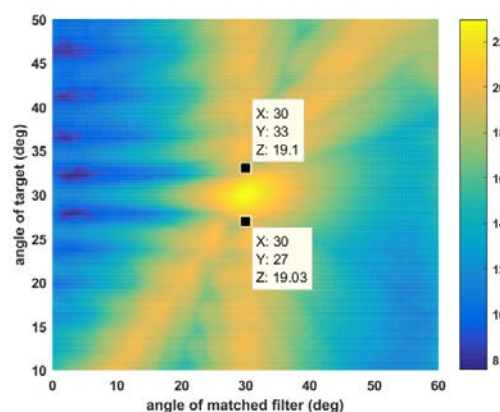
شکل (۵): بیشینه دامنه خروجی بانک فیلتر (هدف در زاویه ۳۰ درجه).

در ادامه، به بررسی کارایی الگوریتم در مقابل نویز پرداخته شده است. بدین منظور، هدفی در زاویه ۳۰ درجه قرار داده شده و ریشه میانگین مربعات<sup>۱</sup> خطای زاویه‌ای اعلان شده توسط الگوریتم پیشنهادی در SNRهای مختلف، شبیه‌سازی شده است. باید توجه داشت که به منظور جلوگیری از محدود شدن به خطاهای سامانه‌ای، در شبیه‌سازی این بخش، اختلاف زوایای فیلترهای منطبق ۰/۱ درجه در نظر گرفته شده است. در واقع این بدان معناست که در محدوده پوشش زاویه‌ای آرایه FDA، بانکی از فیلترهای منطبق بر شکل موج مورد انتظار دریافتی از زوایای مختلف با گام‌های زاویه‌ای ۰/۱ درجه‌ای قرار داده شده است. در ادامه، در SNRهای مختلف و در هر SNR با چندین تکرار (به روش مونت کارلو) و در هر تکرار زاویه اعلان شده توسط الگوریتم حاصل شده، اختلاف آن با مقدار مطلوب محاسبه گشته و در نهایت، RMS خطا در هر SNR به دست آمده است. همان‌گونه که انتظار می‌رود با افزایش SNR خطای زاویه‌سنجی کاهش

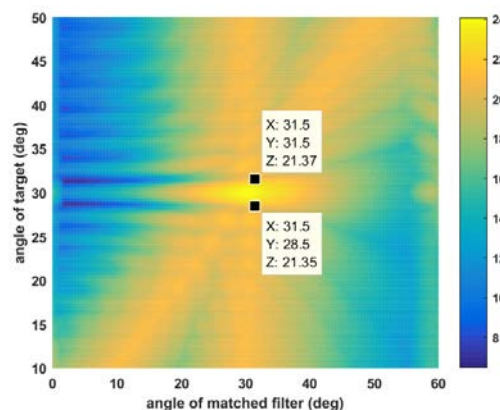
<sup>۱</sup> RMS

بررسی دقیق صورت گرفته بر سیگنال دریافتی، به خوبی امکان بهره‌گیری از قابلیت زاویه‌سنجی صرفاً با داشتن یک عنصر در گیرنده در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی اثبات می‌کند. به عبارت دیگر، در مقاله حاضر، به این پرداخته شده است که چگونه می‌توان از سیگنال دریافتی در آرایه FDA بیشترین میزان اطلاعات را استخراج نمود. در واقع، در این مقاله با تحلیلی بر ویژگی‌های سیگنال دریافتی در گیرنده و صحت‌گذاری بر آن با ارائه شبیه‌سازی، مشخص شد که سیگنال دریافتی در این آرایه‌ها تابعی از زاویه است. هر راستا شکل موج منحصر به فرد خود را دارد و این رابطه متقابل است. یعنی هر شکل موج نماینده یک راستا می‌باشد. با این تفاسیر، این ایده به ذهن رسید که می‌توان بر خلاف الگوریتم‌های رایج موجود در زاویه‌سنجی در آرایه‌های FDA که مبتنی بر الگوی تشعشی هستند و در گیرنده آرایه‌ای از عنصرها دارند و از روش‌هایی مانند تلفیق FDA با آرایه‌های MIMO یا آرایه فازی، استفاده از روش دو پالسه و یا با طراحی الگوی تشعشی به جهت‌یابی اهداف می‌پردازند؛ با تکیه بر خواص ذاتی سیگنال دریافتی در این آرایه‌ها و با استفاده از پالس FDA و یک گیرنده تک عنصر به زاویه‌سنجی اهداف پرداخت. نشان داده شد که تحقق این ایده، مستلزم استفاده از بانکی از فیلترهای منطبق بر شکل موج دریافتی از زوایای مختلف و در نتیجه داشتن چند مسیّر پردازشی می‌باشد.

لازمه زاویه‌سنجی در روش‌های ارائه شده در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی، افزودن هزینه‌های سخت‌افزاری (آرایه‌ای از عنصرها در گیرنده)، افزودن زمان لازم (روش دو پالسه) و افزودن پیچیدگی محاسباتی و دشواری‌های پیاده‌سازی می‌باشد. حال، آن‌که در روش پیشنهادی، با توجه به شاخص‌های انتخابی برای سامانه (انحراف فرکانسی، عرض پالس و ...)، شکل موج دریافتی از زوایای مختلف را می‌توان قبل از ارسال، محاسبه و در جدولی ذخیره نمود. لذا ضرایب فیلترهای منطبق، یک بار محاسبه و ذخیره می‌گردند و مادامی‌که شاخص‌های سامانه تغییر نکنند، ثابت باقی می‌مانند. بنابراین با پذیرش استفاده از چند کانال پردازشی به تعداد زوایای مورد جستجو در روش پیشنهادی، می‌توان هزینه‌های سخت‌افزاری ناشی از استفاده از گیرنده آرایه‌ای در آرایه‌های FDA را کاست و صرفاً با یک گیرنده تک عنصر به زاویه‌سنجی پرداخت. در ضمن، با بهره‌گیری از خواص سیگنال FDA و معطوف نمودن توجه به ویژگی‌های سیگنال دریافتی در گیرنده، نشان داده شد که لزومی به ارسال دو پالس متوالی - FDA و آرایه فازی - نمی‌باشد و در یک ارسال FDA می‌توان اطلاعات مربوط به برد و زاویه را استخراج نمود. در حالی که در روش دو پالسه، باید زمان بیشتری صرف نمود و در یک پالس ارسالی بدون انحراف فرکانسی (آرایه فازی) به زاویه‌سنجی و در پالس ارسالی بعدی که FDA می‌باشد به تخمین برد پرداخت. پس نسبت به روش دوپالسه، زمان کمتری صرف



شکل (۷): دامنه خروجی بانک فیلترهای منطبق در حالت دوهدفه با ۳۰ عنصر فرستنده، (یک هدف واقع در زاویه ۳۰ درجه و زاویه هدف دوم از ۱۰ تا ۵۰ درجه متغیر).



شکل (۸): دامنه خروجی بانک فیلترهای منطبق در حالت دوهدفه با ۵۰ عنصر فرستنده، (یک هدف واقع در ۳۰ درجه و زاویه هدف دوم از ۱۰ تا ۵۰ درجه متغیر).

## ۶- جمع‌بندی و تحلیل نتایج

به منظور اشراف بهتر، در این بخش، خاستگاه و ویژگی‌های الگوریتم پیشنهادی و نیز مقایسه‌ای کیفی با روش‌های موجود ارائه می‌گردد.

همان‌گونه که پیش‌تر ذکر شد، آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی آرایه‌هایی هستند که استفاده از فرکانس‌های حامل متفاوت اما مجاور در ارسال، آن‌ها را به یک الگوی تشعشی وابسته به برد و زاویه تجهیز نموده است که بر خلاف الگوی تشعشی مستقل از برد آرایه‌های فازی می‌باشد.

به‌علت تمرکز بر الگوی تشعشی و عدم توجه به مشخصه‌های سیگنال دریافتی در پژوهش‌های انجام شده در زمینه آرایه‌های FDA، مبحث زاویه‌سنجی با یک عنصر در گیرنده، تاکنون ارائه نشده و تمامی آن‌ها اهتمام به زاویه‌سنجی با بهره‌گیری از آرایه‌ای از عنصرها در گیرنده دارند. حال، آن‌که

شود، نمی‌توان زاویه هدف را به‌دست آورد. لذا استفاده از این روش در یک هندسه دوپایه چندان عملیاتی نیست. اما روش پیشنهادی در هندسه دوپایه نیز قابل استفاده است و در نتیجه آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی را که ذاتاً احتمال شنود پایینی دارند، در مقابل جمینگ مقاومت می‌کنند.

نقطه مقابل آرایه‌های فازی، آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی هستند که در هر لحظه از زمان، یک محدوده زاویه‌ای وسیع را پوشش می‌دهند و از هر راستا یک شکل موج منحصر به فرد در اختیار می‌گذارند. در حالی که در آرایه فازی در هر لحظه، یک راستای خاص با یک پالس قوی پوشش داده می‌شود، آرایه‌های FDA کل محدوده زاویه‌ای مطلوب را البته با یک ریز پالس که توانی کمتر از آرایه فازی معادل دارد، پوشش می‌دهد. در واقع، به منظور پوشش کل فضا در آرایه‌های فازی، باید زوایای مطلوب را به‌صورت متوالی روشن کرد و این امر مستلزم صرف زمان است. از طرفی، هر چند که آرایه FDA، در هر لحظه از زمان کل محدوده مطلوب را پوشش می‌دهد، برای این که از نظر SNR و دقت با آرایه فازی معادل شود باید چند پالس ارسال نماید. بنابراین، در صورتی که در یک پوشش کامل به هر دو آرایه نگاه شود، هر دو عملکرد آشکارسازی تقریباً یکسانی را دارند با این تفاوت که به علت ارسال چندین پالس در هر موقعیت در آرایه‌های FDA رزولوشن داپلر بهتری خواهیم داشت. در ضمن، توجه به این نکته ضروری است که از این الگوریتم نمی‌توان در آرایه‌های فازی به‌منظور زاویه‌سنجی با یک عنصر گیرنده استفاده نمود. چون سیگنال دریافتی از زوایای مختلف متمایز نیستند. به عبارت دیگر، هدف در هر زاویه‌ای که باشد، با یک شکل موج یکسان در گیرنده دریافت می‌شود و لذا به‌جای بانک فیلترهای مختلف، در تمامی زوایا یک فیلتر منطبق بر سیگنال ارسالی داریم. بنابراین گیرنده تک عنصره قادر به تمایز بین زوایای مختلف بر اساس شکل موج دریافتی نمی‌باشد. چرا که شکل موجی که دریافت می‌کند می‌تواند مربوط به هر یک از زوایای تحت پوشش رادار باشد و حاوی هیچ اطلاعاتی از زاویه نیست.

از نقطه نظر حد تفکیک زاویه‌ای و دقت زاویه‌سنجی الگوریتم پیشنهادی (با گیرنده‌ای تک عنصره) با آرایه‌های فازی (با آرایه‌ای از عنصرها در گیرنده) عملکرد یکسانی دارد با این تفاوت که در آرایه‌های فازی دقت را می‌توان با استفاده از روش‌های مبتنی بر زیرفضا بهبود داد. از لحاظ عملکرد آشکارسازی هر دو روش بسیار به هم نزدیک هستند و تفاوت در نحوه پوشش فضا است. به این شکل که در رادار آرایه فازی هر موقعیت زاویه‌ای با یک پالس روشن شده، بازگشتی آن دریافت شده و سپس موقعیت زاویه‌ای آتی روشن می‌شود. این روال تا پوشش کامل محدوده زاویه‌ای مطلوب صورت می‌پذیرد و به این ترتیب در تمامی موقعیت‌های

می‌شود، تنوع سیگنالینگ کمتر است و نیازی به گیرنده آرایه‌ای ندارد. حال، آن‌که در صورت وجود صرفاً یک عنصر در گیرنده، روش دو پالسه کارآیی ندارد زیرا زاویه‌سنجی در این روش مبتنی بر روش آرایه فازی می‌باشد که در آن، لزوماً آرایه‌ای از عنصرها در گیرنده وجود دارد. در واقع، در الگوریتم پیشنهادی، زاویه‌سنجی صرفاً با داشتن یک عنصر در گیرنده صورت می‌گیرد، حال، آن‌که در روش‌های مرسوم زاویه‌سنجی در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی، این امر با داشتن آرایه‌ای از عنصرها در گیرنده انجام می‌شود و بنابراین اساسی‌ترین تفاوت موجود همین است که موجب ایجاد اختلاف در حجم محاسبات، دقت زاویه‌سنجی، خطا و ... خواهد شد. چرا که سایر روش‌های مرسوم زاویه‌سنجی را نمی‌توان با یک گیرنده تک عنصره به‌کار برد. به عبارتی، از آن‌جا که سایر روش‌های مرسوم زاویه‌سنجی را نمی‌توان با یک گیرنده تک عنصره به‌کار برد، در واقع مقایسه قابلیت‌های الگوریتم زاویه‌سنجی گیرنده تک عنصره و آرایه‌ای خواهیم داشت.

به‌منظور فهم بهتر، مقایسه‌ای بین آرایه‌های فازی و روش پیشنهادی از نقطه نظر زاویه‌سنجی خالی از لطف نیست. زاویه‌سنجی در آرایه‌های فازی معمولاً با استفاده از آرایه‌ای از عنصرها در ارسال و دریافت، به دو روش کلی انجام می‌گیرد. در روش اول، یک بیم پهن در ارسال، محدوده‌ای از زوایا را در ارسال روشن می‌کند. دریافت، با تشکیل چند بیم باریک به‌طور همزمان، در همان محدوده صورت می‌پذیرد. بدیهی است که وجود هدف در هر یک از بیم‌های دریافت، زاویه آن را مشخص می‌کند. در روش دوم، هم در ارسال و هم در دریافت، یک بیم باریک داریم. به عبارتی، ارسال در یک راستای مشخص انجام شده و تا زمانی که سیگنال متناظر با هدف احتمالی موجود در برد بیشینه رادار دریافت شود در همان راستا منتظر دریافت سیگنال باید ماند. در این روش نیز چون راستای تحت نظارت مشخص است، در صورت وجود هدف در پرتوی ارسالی، زاویه آن معین است. توجه به این نکته ضروری است که پردازش‌های ثانویه مانند روش‌های مبتنی بر زیرفضا (ESPIRIT, MUSIC, ...) در آرایه‌های فازی به بهبود دقت زاویه‌سنجی کمک می‌کنند. بنابراین، روش‌های زاویه‌سنجی در آرایه‌های فازی مبتنی بر داشتن آرایه‌ای از عنصرها در گیرنده هستند و لذا نمی‌توان در حالت کلی، از آن‌ها برای زاویه‌سنجی با یک گیرنده تک عنصره استفاده نمود. یک روش که بدین منظور می‌توان استفاده نمود، این است که یک زاویه خاص را در ارسال روشن نمود و به گیرنده تک عنصره هم، زاویه روشن شده را اعلام کرد. پس اگر گیرنده، هدفی را تشخیص دهد، زاویه اعلانی از فرستنده را به‌عنوان زاویه هدف اعلام می‌کند. نکته حائز اهمیت در این روش این است که گیرنده به تنهایی قادر به تخمین زاویه نیست و در صورتی که به هر دلیل ارتباط فرستنده و گیرنده قطع

نتیجه می‌دهد. توجه به این نکته ضروری است که بدون کاستن از کلیت مسئله، تمامی موارد با این فرض که رادار آرایه فازی در هر موقعیت یک پالس ارسال کند ارائه شده است. بدیهی است که تعمیم آن به حالت چند پالس به راحتی صورت می‌پذیرد. خلاصه‌ای از مطالب ذکر شده در جدول (۲) گردآوری شده است.

زاویه‌ای یک پالس ارسال می‌شود. در رادار FDA با هر مرتبه ارسال پالس، کلیه زوایا با ریزپالس‌هایی روشن می‌شود و در صورتی که در مدت زمان پویش فضا توسط رادار آرایه فازی به آن نگاه کنیم، از هر موقعیت چندین ریزپالس در اختیار خواهیم داشت که قابلیت تخمین سرعت و بهبود حد تفکیک در داپلر را

جدول (۲): مقایسه الگوریتم پیشنهادی و روش آرایه فازی.

روش	الگوریتم پیشنهادی	آرایه فازی
ساختار	- آرایه‌ای از عنصرها در فرستنده، - گیرنده تک عنصر	- آرایه‌ای از عنصرها در فرستنده، - آرایه‌ای از عنصرها در گیرنده
ملزومات سخت‌افزاری	- آرایه‌ای از عنصرها در فرستنده، یک عنصر گیرنده - فرکانس‌های حامل مختلف	- آرایه‌ای از عنصرها در فرستنده و گیرنده، - شیفت دهنده فاز به تعداد عنصرها به منظور جهت‌دهی پرتو برای پویش فضا
پیچیدگی پیاده‌سازی	- بانکی از فیلترهای منطبق بر شکل موج‌های دریافتی از راستاهای مختلف (ضرائب فیلترها نسبت به هم شیفت دایروی دارند). - به تعداد زوایای مطلوب، کانال پردازشی	- یک فیلتر منطبق بر شکل موج دریافتی (شکل موج دریافتی با شکل موج ارسالی یکسان است) - یک کانال پردازشی
LPI	همواره است (به‌علت پخش کردن انرژی در کل زوایا)	در حالت کلی نیست
نحوه پویش فضا	در هر بار ارسال پالس، با ریز پالس‌های ایجاد شده ناشی از FDA، کل محدوده زاویه‌ای مطلوب پوشش داده می‌شود.	در هر بار ارسال پالس، تنها یک زاویه پوشش داده می‌شود و باید با تغییر شیفت‌دهنده‌های فاز، پرتو را به زاویه جدیدی برد و مجدداً پالس جدیدی ارسال نمود. این روند به تعداد زوایای مطلوب تکرار می‌گردد.
مدت زمان لازم برای پوشش کل محدوده زاویه‌ای	PRI	$P \times PRI$
عملکرد آشکارسازی	در هر دو یکسان، با این تفاوت که در مدت زمانی که طول می‌کشد تا رادار آرایه فازی تمامی موقعیت‌های زاویه‌ای مطلوب را با یک پالس روشن کند، رادار FDA چندین مرتبه (P مرتبه) تمامی زوایا را با ریزپالس‌های خود تحریک می‌کند.	در هر دو یکسان، با این تفاوت که در مدت زمانی که طول می‌کشد تا رادار آرایه فازی تمامی موقعیت‌های زاویه‌ای مطلوب را با یک پالس روشن کند، رادار FDA چندین مرتبه (P مرتبه) تمامی زوایا را با ریزپالس‌های خود تحریک می‌کند.
قابلیت زاویه‌سنجی با یک عنصر گیرنده	دارد	تنها در صورتی که فرستنده به گیرنده، موقعیت زاویه‌ای خودش را اعلام کند
حد تفکیک در برد	به‌علت مدولاسیون درون پالس ایجاد شده ناشی از FDA، بهتر از آرایه فازی است	متناسب با پهنای پالس
حد تفکیک در داپلر	به‌علت این که از هر موقعیت، چندین پالس دریافت می‌شود، تخمین سرعت و حد تفکیک در داپلر دارد	به علت دریافت یک پالس از هر موقعیت، حد تفکیک در داپلر ندارد
حد تفکیک در زاویه	در هر دو یکسان	در هر دو یکسان
خطای زاویه‌سنجی	برابر با روش‌های کلاسیک مبتنی بر دامنه و فاز در رادارهای آرایه فازی	قابل بهبود با روش‌های مبتنی بر زیرفضا (MUSIC، ESPRIT و ...)

گیرنده می‌پردازد. بدین منظور، پس از الگوسازی و بررسی ویژگی‌های سیگنال دریافتی در آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی، الگوریتمی جهت تخمین زاویه هدف با یک عنصر گیرنده در حالت تک هدفه ارائه شد که بر اساس تزویج برد-زاویه آرایه‌های FDA و تأثیر آن بر تمایز شکل موج دریافتی از هر زاویه می‌باشد. در ادامه، تعمیم الگوریتم پیشنهادی برای مکان‌یابی اهداف در حالت چند هدفه ارائه شد. نتایج شبیه‌سازی، کارایی روش پیشنهادی را تأیید می‌کنند.

## ۷- نتیجه‌گیری

این مقاله، به معرفی قابلیت آرایه‌های با چندگانگی فرکانسی در تخمین زاویه اهداف تنها با یک عنصر گیرنده و ارائه روشی بدین منظور می‌پردازد. برخلاف مقالات بسیار ارائه شده در زمینه مکان‌یابی در FDA که مبتنی بر الگوی تشعشعی و با فرض آرایه‌ای بودن در دریافت می‌باشد، در این مقاله، الگوریتمی ارائه شد که با استفاده از خاصیت تزویج برد-زاویه ذاتی موجود در آرایه‌های FDA، به تخمین زاویه و مکان‌یابی تنها با یک عنصر

## ۸- مراجع

- [14] W. Q. Wang, and H. C. So, "Transmit Subaperturing for Range and Angle Estimation in Frequency Diverse Array Radar," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, pp. 2000–2011, 2014.
- [15] S. Luo Wang, Z. H. Xu, and X. Liu, W. Dong, and G. Wang, "Subarray-Based Frequency Diverse Array for Target Range-Angle Localization with Monopulse Processing," *IEEE Sens. J.*, vol. 18, pp. 5937–5947, 2018.
- [16] W. Q. Wang, "Subarray-based frequency diverse array radar for target range-angle estimation", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 50, pp. 3057–3067, 2014.
- [17] Y. Xua, X. Shia, J. Xub, L. Huangc, W. Lia, "Range-angle-decoupled beampattern synthesis with subarray-based frequency diverse array," *Elsevier journal of Digital Signal Process.*, vol. 64, pp. 49–59, 2017.
- [18] W. Q. Wang, and H. Shao, "Range-Angle Localization of Targets by A Double-Pulse Frequency Diverse Array Radar," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 8, pp. 106–114, 2014.
- [19] K. Gao, H. Shao, H. Chen, J. Cai, and W. Q. Wang, "Impact of frequency increment errors on frequency diverse array MIMO in adaptive beamforming and target localization," *Digit. Signal Process.*, vol. 44, pp. 58–67, 2015.
- [20] J. Xu, G. Liao, S. Zhu, L. Huang, and H. C. So, "Joint range and angle estimation using MIMO radar with frequency diverse array," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 63, no. 13, pp. 3396–3410, 2015.
- [21] P. C. Gong, W. Q. Wang, F. C. Li, and H. C. So, "Sparsity-aware transmit beamspace design for FDA-MIMO radar," *Elsevier journal of Signal Process.*, vol. 144, no. 1, pp. 99–103, 2018.
- [22] J. Xu, G. Liao, S. Zhu, L. Huang, and H. C. So, "Joint Range and Angle Estimation Using MIMO Radar with Frequency Diverse Array," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 63, pp. 3396–3410, 2015.
- [23] W. Khan, I. M. Qureshi, A. Basit and M. Zubair, "A Double Pulse MIMO Frequency Diverse Array Radar for Improved Range-Angle Localization of Target," *Wirel. Pers. Commun. Journal*, vol. 82, pp. 2199–2213, 2015.
- [24] R. Çetiner, Ş. Demir, and A. Hizal, "Range and angle measurement in a linear pulsed Frequency Diverse Array radar," *IEEE Radar Conference*, Seattle, WA, pp. 64–67, 2017.
- [25] M. Golabi, A. Sheikhi, M. Biguesh, "DOA estimation of targets by one element receiver using FDA radars," sixth Iranian Conference on Radar and Surveillance Systems, Isfahan, 2019 (in Persian).
- [26] W. Q. Wang, M. Dai, and Z. Zheng, "FDA Radar Ambiguity Function Characteristics Analysis and Optimization," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 54, pp. 1368–1380, 2018.
- [1] P. F. Sannmartino, C. J. Baker, and H. D. Griffiths, "Frequency diverse MIMO techniques for radar," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 49, pp. 201–222, 2013.
- [2] P. Antonik, M. C. Wicks, H. D. Griffiths, and C. J. Baker, "Frequency diverse array radars," *Proc. IEEE Radar Conf.*, Verona, NY, 2006.
- [3] M. Secmen, S. Demir, A. Hizal, and T. Eker, "Frequency diverse array antenna with periodic time modulated pattern in range and angle," *Proc. IEEE Radar Conf.*, Boston, MA, USA, 2007.
- [4] W. Q. Wang, H. C. So, and H. Z. Shao, "Nonuniform frequency diverse array for range-angle imaging of targets," *IEEE Sens. J.*, vol. 14, no. 8, pp. 2469–2476, 2014.
- [5] W. Khan, I. M. Qureshi, A. Basit, and W. Khan, "Range-bins-based MIMO frequency diverse array radar with logarithmic frequency offset," *IEEE Antenn Wirel Propag Lett*, vol. 15, pp. 885–888, 2016.
- [6] A. Basit, I. Qureshi, W. Khan, S. Rehman, and M. M. Khan, "Beam pattern synthesis for an FDA radar with hamming window based nonuniform frequency offset," *IEEE Antenn Wirel Propag Lett*, vol. 16, no. 99, pp. 2283–2286, 2017.
- [7] Z. Wang, W. Q. Wang, and H. Shao, "Range-azimuth decouple beamforming for frequency diverse array with costas-sequence modulated frequency offsets," *Eurasip Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2016, no. 1, 2016.
- [8] J. Xiong, W. Q. Wang, H. Shao, and H. Chen, "Frequency diverse array transmit beampattern optimization with genetic algorithm," *IEEE Antenn Wirel Propag Lett*, vol. 16, pp. 469–472, 2017.
- [9] H. Shao, J. Dai, J. Xiong, H. Chen, and W. Q. Wang, "Dot-shaped range-angle beampattern synthesis for frequency diverse array," *IEEE Antenn Wirel Propag Lett*, vol. 15, pp. 1703–1706, 2016.
- [10] K. Gao, W. Q. Wang, H. Chen, and J. Cai, "Transmit beamspace design for multi-carrier frequency diverse array sensor," *IEEE Sens. J.*, vol. 16, no. 14, pp. 5709–5714, 2016.
- [11] Y. Liu, H. Ruan, L. Wang, and A. Nehorai, "The random frequency diverse array: A new antenna structure for uncoupled direction-range indication in active sensing," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 11, no. 2, pp. 29–308, Mar. 2016.
- [12] S. Qin, Y. D. Zhang, M. G. Amin, and F. Gini, "Frequency diverse coprime arrays with coprime frequency offsets for multitarget localization," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 11, no. 2, pp. 321–335, 2017.
- [13] Y. Liu, "Range azimuth indication using a random frequency diverse array," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2016.

