

علمی - پژوهشی

طراحی فیلتر MTI با نمونه برداری غیر یکنواخت

عباس قربانی^۱، محمد مهدی نایی^{۲*}، سید محمد کرباسی^۳

۱- کارشناس ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، ۲- استاد، دانشگاه صنعتی شریف، ۳- استادیار، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران
(دریافت: ۱۳۹۸/۱۰/۲۸، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۴/۰۱)

چکیده

در سامانه‌های راداری برای حذف بازگشتی‌های ناشی از اهداف ناخواسته ثابت از فیلترهای نشان دهنده اهداف متحرک (MTI) استفاده می‌شود. عملکرد فیلترهای MTI با تعیین دو دسته شاخص یعنی ضرایب و دوره‌های آن مشخص می‌گردد. بهینه کردن ضرایب فیلتر نقش اساسی در پیشینه نمودن حذف کلاتر دارد و همچنین بهینه کردن دوره‌ها از ایجاد شکاف عمیق در باند عبور فیلتر جلوگیری می‌کند. در این مقاله برای محاسبه ضرایب، خطای تفاضل فیلتر طراحی شده و فیلتر ایده‌آل با معیار حداقل مربعات بهینه می‌شود. در بهینه‌سازی، صفر شدن پاسخ فرکانسی فیلتر در تعداد محدودی از فرکانس‌های باند حذف به عنوان قید به تابع هزینه افزوده می‌شود تا به واسطه این قیدها میزان حذف کلاتر افزایش یابد. برای به دست آوردن دوره‌ها، بهره سیگنال به کلاتر فیلتر در یک حلقه تکرار با دوره‌های تصادفی محاسبه می‌شود تا مقدار کمینه بهره سیگنال به کلاتر در باند عبور حداکثر شود. در ادامه با استفاده از دو معیار ضریب بهبود و کمینه بهره سیگنال به کلاتر فیلتر در باند عبور، عملکرد روش پیشنهادی و سایر روش‌ها مقایسه می‌شود و با توجه به نتایج شبیه‌سازی نشان داده می‌شود که روش پیشنهادی عملکرد بهتری دارد.

کلیدواژه‌ها: رادار MTI^۱، حذف کلاتر، سرعت کور، نمونه برداری غیر یکنواخت

۱- مقدمه

در بسیاری از رادارها عامل اصلی عدم تشخیص هدف، کلاتر یا بازگشتی‌های اهداف ناخواسته مثل زمین، کوه و ساختمان‌ها است. رادار MTI قادر است این گونه اهداف نامطلوب را با توجه به میزان تغییر دوپلر آن‌ها حذف کند چرا که برای اهداف متحرک سیگنال دریافتی نسبت به سیگنال ارسال شده دارای تغییر دوپلر $f_d = 2v_r/\lambda$ است که در آن v_r سرعت شعاعی هدف و λ طول موج سیگنال ارسالی است. به این ترتیب با استفاده از یک فیلتر بالاگذر قادر خواهیم بود، بازگشتی‌های ناشی از اهداف ناخواسته ثابت را حذف نماییم.

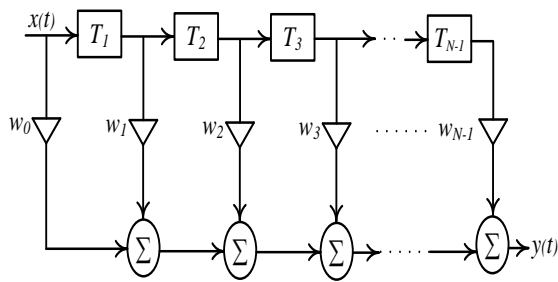
یکی از ساده‌ترین فیلترهای MTI که خصوصاً در اولین نسل MTI از آن بیشتر استفاده می‌شد، حذف کننده دوپالسی است که در واقع یک فیلتر دیجیتال با پاسخ $H(z) = 1 - z^{-1}$ است. از آنجا که، بازگشتی کلاتر نیز از پالس به پالس به طور کامل ثابت نیست و دارای گسترش طیفی است لذا عمل حذف به طور کامل صورت نمی‌گیرد. از این رو می‌توان از فیلترهای دیجیتال با درجه بالاتر برای حذف بهتر کلاتر استفاده نمود. یک روش ساده در استفاده از فیلترهای درجه بالاتر استفاده از فیلترهای دو

جمله‌ای است که در واقع معادل پشت سر هم قرار دادن تعدادی حذف کننده دو پالسی است. فیلتر دوجمله‌ای را می‌توان برای دوره متغیر نیز تعمیم داد [۱].

یک نکته اساسی در فیلترهای MTI آن است که، با توجه به ماهیت نمونه برداری از داده، شکافی که در فرکانس صفر دارد در تمامی مضارب فرکانس تکرار پالس (PRF^2) نیز موجود خواهد بود و از این رو برای سرعت $v_b = f_p \lambda / 2$ و مضارب آن (که در آن f_p فرکانس PRF است) شکاف خواهیم داشت که به اصطلاح سرعت کور نامیده می‌شود [۲]. برای حذف سرعت کور معمولاً از تغییر PRF استفاده می‌گردد که به متغیر کردن PRF^3 معروف است. به این ترتیب در سامانه MTI فیلتر دیجیتالی داریم که با دوره‌های مختلفی کار می‌کند و با تغییر دوره‌ها، تغییراتی نیز در تأخیرهای موجود در فیلتر داده می‌شود. برای داشتن بهترین عملکرد، لازم است که دوره‌های مورد استفاده و همچنین ضرایب فیلتر دیجیتال به دقت انتخاب شوند و در نهایت هدف در طراحی فیلترهای MTI پیشینه نمودن حذف کلاتر بدون حذف سیگنال مطلوب (باند عبور مسطح) است. یکی از اولین روش‌های طراحی فیلتر MTI با نمونه برداری غیر یکنواخت در [۳] ارائه شده است. در این مقاله با نوشتن بسط تیلور پاسخ فرکانسی فیلتر حول فرکانس صفر، ضرایب فیلتر به نحوی محاسبه شده که پاسخ

* رایانامه نویسنده‌ی مسئول: nayebi@sharif.edu

^۱ Moving Target Indication^۲ Pulse Repetition Frequency^۳ Staggered



شکل (۱): ساختار فیلتر MTI نوع FIR

پاسخ ضربه فیلتری با ساختار شکل (۱) به صورت رابطه زیر نوشته می‌شود:

$$h(t) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i \delta(t - t_i) \quad (1)$$

که در آن t_i زمان نمونه نام است و با رابطه (۲) به دوره‌های فیلتر مرتبط می‌شود:

$$t_i = \begin{cases} \sum_{k=1}^i T_k & i \geq 1 \\ 0 & i = 0 \end{cases} \quad (2)$$

با تبدیل فوریه گرفتن از طرفین رابطه (۱) می‌توان به پاسخ فرکانسی فیلتر دست یافت:

$$H(f) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i e^{-j2\pi f t_i} \quad (3)$$

با توجه به پاسخ فرکانسی، بهره توان فیلتر در فرکانس f قابل محاسبه خواهد بود:

$$P(f) = |H(f)|^2 \quad (4)$$

پس از دریافت N پالس، داده‌های هر سلول برد توسط پاسخ فرکانسی فیلتر می‌شود و به خروجی پردازشگر MTI انتقال داده می‌شود، این موضوع به صورت شماتیک در شکل (۲) نمایش داده شده است.

با توجه به شکل (۲) اگر اطلاعات سلول برد k ام مربوط به پالس نام با x_{ik} نمایش داده شود در این صورت برای سلول برد k ام خروجی پردازشگر پس از دریافت N پالس به صورت زیر قابل نمایش است:

$$y_k = \sum_{i=0}^{N-1} w_i x_{ik} \quad (5)$$

که در آن y_k خروجی پردازشگر در سلول برد k ام است.

فرکانسی فیلتر در فرکانس‌های نزدیک DC به‌طور حداکثری مسطح است. در [۴] نیز در ادامه کارهای مقاله [۳] روشی برای بهینه‌سازی توأم ضرایب و دوره‌ها ارائه شده است. در [۵] ضرایب به گونه‌ای انتخاب شده که میزان حذف کلاتر افزایش یابد و با بهینه نمودن دوره‌ها، نوسانات باند عبور کمینه شده است. مقاله [۶] نیز با راهبرد مشابه و تغییر تابع هزینه، نوسان باند عبور فیلتر را نسبت به روش‌های دیگر کاهش داده است. مقالات [۷] و [۸] با در نظر گرفتن ضریب وزنی بین افزایش میزان حذف کلاتر و کاهش نوسان باند عبور، ضرایب را با روش بهینه‌سازی محدب (CVX^۱، Min-Max و حداقل مربعات، بهینه نموده‌اند.

علاوه بر روش‌های فوق که عمدتاً مبتنی بر الگوریتم جست‌وجو می‌باشند، روش‌های دیگری برای طراحی فیلتر ارائه شده است. مراجع [۹] و [۱۰] تغییرات خطی، سینوسی و تصادفی PRF را مورد مطالعه قرار داده‌اند. تغییرات جزئی دوره‌ها نسبت به میانگین آن‌ها نیز در [۱۱] بررسی شده است.

در این مقاله ابتدا پردازشگر MTI معرفی شده و پاسخ فرکانسی آن در حالت نمونه‌برداری غیریکنواخت محاسبه می‌شود. سپس ضریب بهبود (IF^۲) و بهره سیگنال به کلاتر (SCR^۳)، دو معیار مهم عملکردی فیلترهای MTI، بررسی می‌شود.

در ادامه، روش جدیدی برای محاسبه ضرایب و دوره‌های فیلتر MTI ارائه شده است. در این روش با استفاده از معیار حداقل مربعات خطای تفاضل فیلتر طراحی شده و فیلتر ایده‌آل کمینه می‌شود که خروجی آن ضرایب فیلتر است. برای محاسبه دوره‌های فیلتر از معیار Min-Max استفاده می‌شود، به این صورت که با تغییر تصادفی دوره‌ها سعی می‌شود که کم‌ترین مقدار بهره سیگنال به کلاتر بیشینه شود. در حالت کلی ارائه روش بهینه برای طراحی فیلترهای MTI دشوار است، در این مقاله سعی شده است که با بیشینه نمودن میزان حذف کلاتر، نتایج بهتری نسبت به سایر روش‌ها ارائه شود.

۲- پردازشگر MTI

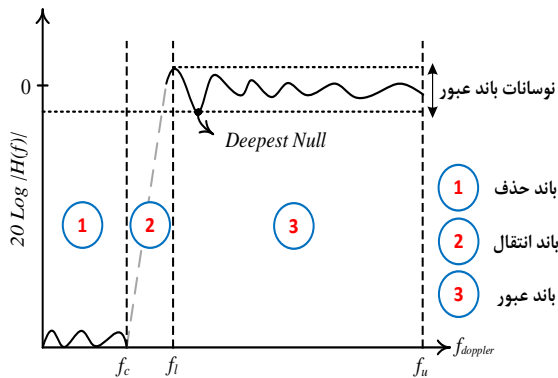
ساختار فیلتر MTI با نمونه‌برداری غیریکنواخت و از نوع FIR در شکل (۱) نمایش داده شده است. در این شکل w_i ضرایب فیلتر و T_k ها دوره‌های فیلتر هستند.

^۱ Maximally Flat

^۲ Convex Optimization Method

^۳ Improvement Factor

^۴ Signal to Clutter Ratio



شکل (۳): مشخصات فرکانسی فیلتر MTI [۷].

در شکل (۳) نواحی مختلف فرکانسی فیلتر MTI و همچنین عمیق‌ترین شکاف پاسخ فرکانسی که متناظر با کمینه SCRG (که از این پس به آن Min. SCRG گفته می‌شود) باند عبور (که از این پس به آن Min. SCRG گفته می‌شود) است، مشخص شده‌اند. در این شکل، بازه فرکانسی [f_l, f_u] باند عبور فیلتر بوده و باید نوسانات آن کمینه شود و [0, f_c] نیز معرف باند حذف است.

۲-۲- SCR و ضریب بهبود

در فیلترهای MTI، SCR میزان سیگنال به کلاتر خروجی فیلتر به سیگنال به کلاتر ورودی فیلتر است. به عبارت دیگر SCR نشانگر این است که چه مقدار کلاتر در خروجی فیلتر تضعیف شده است. برای بهینه‌سازی ضرایب و دوره‌های فیلتر با توجه به معلوم یا نامعلوم بودن تغییر دوپلر هدف از SCR یا مقدار متوسط آن استفاده می‌شود که ادامه بحث این دو حالت بررسی می‌شوند.

حالت اول: اگر تغییر دوپلر هدف مشخص باشد در این صورت معمولاً بیشینه نمودن SCR فیلتر در آن فرکانس مورد توجه قرار می‌گیرد. SCR فیلتر به صورت زیر قابل بیان است [۴]:

$$SCR(f) = \frac{S_o(f)/C_o}{S_i(f)/C_i} = \frac{S_o(f)}{S_i(f)} \times \frac{C_i}{C_o} \quad (9)$$

که در آن:

$S_o(f)$: توان سیگنال هدف در خروجی فیلتر در فرکانس f

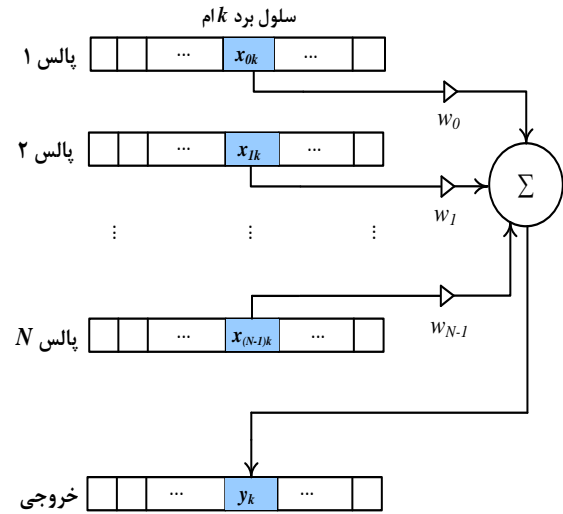
$S_i(f)$: توان سیگنال هدف در ورودی فیلتر در فرکانس f

C_o : انتگرال توان کلاتر در خروجی فیلتر به ازای کل طیف کلاتر

C_i : انتگرال توان کلاتر در ورودی فیلتر به ازای کل طیف کلاتر

با تعریف $A_c = \frac{C_i}{C_o}$ (میزان تضعیف کلاتر) و $P(f) = \frac{S_o(f)}{S_i(f)}$ (بهره توان فیلتر) می‌توان رابطه (۹) را به صورت زیر بیان کرد [۱]:

$$SCR(f) = A_c P(f) \quad (10)$$



شکل (۲): شماتیک پردازشگر MTI.

برای مشخص شدن عملکرد فیلترهای MTI از دو معیار ضریب بهبود و بهره SCR (SCR¹) فیلتر استفاده می‌کنیم. محاسبه این دو معیار به طیف کلاتر وابسته است، بنابراین در ادامه ابتدا طیف کلاتر مورد بررسی قرار می‌گیرد و سپس ضریب بهبود و SCR فرمول بندی می‌شود.

۲-۱- توان کلاتر

سیگنال کلاتر با طیف توان آن مشخص می‌شود، توان کل کلاتر با انتگرال گیری از طیف آن به دست می‌آید و معمولاً توزیع احتمال طیف کلاتر به صورت گوسی یا یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. در روابط (۶) و (۷) به ترتیب چگالی طیف توان کلاتر گوسی و یکنواخت آمده است [۱].

$$C(f) = e^{-((f-f_0)^2/2\sigma^2)} \quad (6)$$

$$C(f) = \begin{cases} \frac{1}{f_{uc} - f_{lc}}, & f_{lc} \leq |f| \leq f_{uc} \\ 0, & o.w. \end{cases} \quad (7)$$

که در آن σ انحراف معیار و f_0 متوسط فرکانس دوپلر کلاتر گوسی بوده و همچنین f_{uc} و f_{lc} به ترتیب حد پایین و حد بالای فرکانس طیف توان کلاتر یکنواخت هستند.

با مشخص شدن چگالی طیف توان کلاتر، میزان تضعیف کلاتر، A_c قابل محاسبه است [۴]:

$$A_c = \frac{\int_0^{f_u} C(f) df}{\int_0^{f_u} |H(f)|^2 C(f) df} \quad (8)$$

که در آن f_u حد بالای باند عبور فیلتر است که در شکل (۳) نمایش داده شده است.

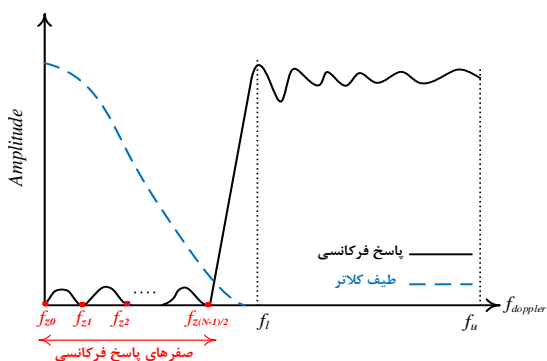
¹ SCR Gain

در باند حذف، میزان حذف کلاتر افزایش یابد. البته می‌توان این صفرها را در یک فرکانس قرار داد و صفر مرتبه ۱ - N ایجاد کرد، اما با توجه به نتایج شبیه‌سازی‌ها اگر این صفرها در فرکانس‌های مختلف در باند حذف قرار گیرند، میزان تضعیف کلاتر بیشتر خواهد بود.

با فرض این‌که طیف کلاتر حول فرکانس صفر متقارن است، اگر $N - 1$ فرد باشد نتیجه شبیه‌سازی نشان می‌دهد برای بیشینه شدن حذف کلاتر باید یک صفر در فرکانس صفر و $\frac{N-2}{4}$ صفر در فرکانس‌های مثبت و $\frac{N-2}{4}$ صفر در فرکانس‌های منفی باند حذف قرار گیرد، به‌طور مشابه اگر درجه فیلتر زوج در نظر گرفته شود، قرار دادن $\frac{N-1}{4}$ صفر در فرکانس‌های مثبت و $\frac{N-1}{4}$ صفر در فرکانس‌های منفی باعث افزایش حذف کلاتر خواهد شد.

با تغییر دادن مکان این صفرها در باند حذف فیلتر، می‌توان نقطه بهینه برای هر کدام یافت که به ازای آن نقاط حذف کلاتر بیشینه شود.

اگر f_{z_k} به ازای $k = 1, 2, \dots, N - 1$ بیانگر فرکانس‌هایی باشد که اندازه پاسخ فرکانسی در آن نقاط برابر صفر است، در این صورت مثلاً برای فیلتر درجه ۵ باید $f_{z_1} = 0$ باشد، f_{z_2} و f_{z_3} نیز به ترتیب در بازه فرکانسی $[0, f_c/2]$ و $[f_c/2, f_c]$ جاروب شوند تا نقطه بهینه هر کدام مشخص شود و در نهایت با توجه به تقارن طیف کلاتر $f_{z_4} = -f_{z_2}$ و همچنین $f_{z_5} = -f_{z_3}$ در نظر گرفته شود. در شکل (۴) مکان صفرهای پاسخ فرکانسی در باند حذف و همچنین موقعیت آن‌ها نسبت به طیف کلاتر نشان داده شده است.



شکل (۴): مکان صفرهای پاسخ فرکانسی نسبت به طیف کلاتر.

با توجه به مقدمات فوق، با برابر صفر قرار دادن رابطه (۳) به ازای فرکانس‌های f_{z_k} قیدهای مربوط به تابع هزینه به‌دست خواهد آمد.

حالت دوم: برای تغییر دوپلر نامعلوم هدف، بیشینه نمودن متوسط SCRG که ضریب بهبود نامیده می‌شود، مورد توجه قرار می‌گیرد [۱].

$$IF = A_c \times \frac{1}{f_u} \int_0^{f_u} P(f) df \quad (11)$$

در عمل با توجه به نامشخص بودن تغییر دوپلر هدف، معمولاً بالا بودن IF به‌عنوان معیار اصلی عملکرد فیلتر در نظر گرفته می‌شود.

با در نظر گرفتن دو معیار IF و Min. SCRG در ادامه روش جدیدی برای طراحی فیلترهای MTI ارائه می‌شود.

۳- ارائه روش جدید برای طراحی فیلتر MTI

در این بخش ابتدا با استفاده از معیار حداقل مربعات ضرایب فیلتر به‌نحوی محاسبه می‌شوند که پاسخ فرکانسی فیلتر در باند عبور تا حد امکان نزدیک به پاسخ فرکانسی فیلتر ایده‌آل باشد، فیلتر ایده‌آل به‌صورت زیر است:

$$H_{ideal} = \begin{cases} 0 & 0 < f < f_c \\ 1 & f_c < f < f_u \end{cases} \quad (12)$$

در ادامه با توجه به ضرایب به‌دست آمده، SCRG فیلتر با دوره‌های تصادفی در یک حلقه تکرار محاسبه می‌شود تا کم‌ترین مقدار SCRG بیشینه شود.

۳-۱- بهینه‌سازی ضرایب

تابع هزینه استاندارد روش حداقل مربعات برای بهینه کردن ضرایب فیلتر، در باند عبور به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$J_{cost} = \int_{f_l}^{f_u} |1 - H(f)|^2 df \quad (13)$$

که با جایگذاری پاسخ فرکانسی از رابطه (۳)، داریم:

$$J_{cost} = \int_{f_l}^{f_u} \left| 1 - \sum_{i=0}^{N-1} w_i e^{-j2\pi f t_i} \right|^2 df \quad (14)$$

در رابطه (۱۴) فرض شده است که دوره‌های فیلتر مشخص است. این تابع هزینه تنها باعث کاهش نوسانات باند عبور می‌شود. لذا برای افزایش حذف کلاتر باید چند قید به آن افزوده شود. برای افزایش حذف کلاتر باید پاسخ فرکانسی فیلتر در باند حذف تا حد امکان نزدیک صفر باشد به همین دلیل صفرهای پاسخ فرکانسی در باند حذف قرار داده می‌شود، به‌عبارت دیگر اگر فرض شود که درجه فیلتر $N - 1$ است به تبع پاسخ فرکانسی آن می‌تواند $N - 1$ ریشه داشته باشد. بنابراین در روش پیشنهادی سعی می‌شود با قرار دادن این ریشه‌ها در فرکانس‌های مناسبی

پس ضرایب فیلتر با مرتب نمودن رابطه (۲۰) محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{w} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{v} + \sum_{k=1}^{N-1} \lambda_k \mathbf{e}_{z_k}) \quad (23)$$

که مجهولات این رابطه $N - 1$ ضریب لاگرانژ است، که با جایگذاری رابطه (۲۳) در رابطه (۱۷) ضرایب لاگرانژ نیز محاسبه خواهد شد. حل این دستگاه $N - 1$ معادله $N - 1$ مجهول، به برنامه کامپیوتری واگذار می‌شود. ضرایب در رابطه (۲۳) به ازای f_{z_k} های مختلف (که از جاروب شدن باند حذف به دست می‌آیند) محاسبه می‌شود و با توجه به ضرایب به دست آمده، A_c نیز محاسبه می‌شود و در نهایت f_{z_k} هایی انتخاب می‌شوند که A_c را بیشینه می‌نمایند.

۳-۲- بهینه‌سازی دوره‌ها

در ابتدای بخش بهینه‌سازی ضرایب فرض شد که دوره‌ها معلوم هستند، در این قسمت دوره‌ها با توجه به ضرایبی که به دست آمد بهینه می‌گردند، معیار بهینه‌سازی دوره‌ها بیشینه نمودن کمینه SCRG در باند عبور است و این روش با الگوریتم جست‌وجو صورت می‌گیرد [۱].

در روش جدید دوره‌ها به صورت تصادفی در بازه $[T_{min}, T_{max}]$ تولید می‌شوند که T_{min} زمان متناظر با برد بدون ابهام (R_{un}) رادار است.

$$R_{un} = \frac{c T_{min}}{2} \quad (24)$$

که در آن c سرعت نور است و مقدار $T_{max} = 1.5T_{min}$ انتخاب می‌شود تا برد بدون ابهام تمام دوره‌ها بیشتر از R_{un} باشد چرا که اگر یکی از T_k ها کمتر از T_{min} باشد در این صورت این دوره برد رادار را پوشش نخواهد داد. از سوی دیگر اگر T_{max} خیلی بزرگتر از T_{min} انتخاب شود ممکن است دوره‌هایی به دست آید که برد بدون ابهام آن‌ها بسیار بزرگتر از R_{un} است که این مطلوب نخواهد بود.

با قرار دادن دوره‌ها در رابطه (۲۳) ضرایب محاسبه می‌شود، با مشخص شدن ضرایب و دوره‌ها SCRG فیلتر به دست می‌آید. در تکرار بعدی دوره‌های تصادفی دیگری تولید می‌شوند و SCRG با دوره‌های جدید نیز محاسبه می‌شود، اگر در باند عبور مقدار کمینه SCRG در تکرار دوم بیشتر از کمینه SCRG در تکرار اول باشد، دوره‌های جدید جایگزین دوره‌های قبلی می‌شود در غیر این صورت دوره‌ها بدون تغییر در حافظه باقی می‌مانند. این حلقه تا جایی ادامه می‌یابد که دیگر افزایشی محسوس در کمینه SCRG مشاهده نگردد.

$$\sum_{i=0}^{N-1} w_i e^{-j2\pi f_{z_k} t_i} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (15)$$

با تعریف بردار \mathbf{e}_{z_k} می‌توان روابط را به صورت برداری و ساده نوشت:

$$\mathbf{e}_{z_k} \triangleq (e^{-j2\pi f_{z_k} t_0}, \dots, e^{-j2\pi f_{z_k} t_{N-1}})^T \quad (16)$$

علامت T نشانگر ترانهاده است. پس معادلات قیدها با تعریف رابطه (۱۶) به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{e}_{z_k}^T \mathbf{w} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N - 1 \quad (17)$$

که در آن بردار ضرایب است. پس $G_{cost}(w_i, \lambda_i)$ تحت قید $N - 1$ صفر در باند حذف کلاتر، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$G_{cost} = \int_{f_l}^{f_u} \left| 1 - \sum_{i=0}^{N-1} w_i e^{-j2\pi f t_i} \right|^2 df + \sum_{k=1}^{N-1} \lambda_k \mathbf{e}_{z_k}^T \mathbf{w} \quad (18)$$

در رابطه فوق λ_k ها ضرایب لاگرانژ هستند که تعداد آن‌ها برابر $N - 1$ بوده و هر یک از λ_k ها یکی از صفرهای پاسخ فرکانسی را به تابع هزینه مرتبط می‌سازد، برای بهینه‌سازی ضرایب از تابع هزینه نسبت به ضرایب مشتق گرفته و برابر صفر قرار داده می‌شود:

$$\frac{\partial G_{cost}}{\partial w_i^*} = \int_{f_l}^{f_u} \left(1 - \sum_{m=0}^{N-1} w_m e^{-j2\pi f t_m} \right) e^{j2\pi f t_i} df + \sum_{k=1}^{N-1} \lambda_k [\mathbf{e}_{z_k}]_i \quad (19)$$

منظور از $[\mathbf{e}_{z_k}]_i$ درایه i ام بردار \mathbf{e}_{z_k} است. با محاسبه مشتقات جزئی رابطه (۱۹) به ازای تمام ضرایب و برابر صفر قرار دادن معادلات، به دست می‌آید:

$$\mathbf{v} - \mathbf{M}\mathbf{w} + \sum_{k=1}^{N-1} \lambda_k \mathbf{e}_{z_k} = \mathbf{0} \quad (20)$$

که در آن ماتریس \mathbf{M} و بردار \mathbf{v} به ترتیب در روابط (۲۱) و (۲۲) تعریف شده‌اند.

$$\mathbf{M}(i, j) = \int_{f_l}^{f_u} e^{j2\pi f (t_i - t_j)} df = \begin{cases} \frac{e^{j2\pi f_u (t_i - t_j)} - e^{j2\pi f_l (t_i - t_j)}}{j2\pi (t_i - t_j)} (1 - e^{j2\pi (t_i - t_j)(f_l - f_u)}), & t_i \neq t_j \\ f_u - f_l, & t_i = t_j \end{cases} \quad (21)$$

$$\mathbf{v}(i) = \int_{f_l}^{f_u} e^{j2\pi f t_i} df = \frac{e^{j2\pi f_u t_i} - e^{j2\pi f_l t_i}}{j2\pi t_i} (1 - e^{j2\pi t_i (f_l - f_u)}) \quad (22)$$

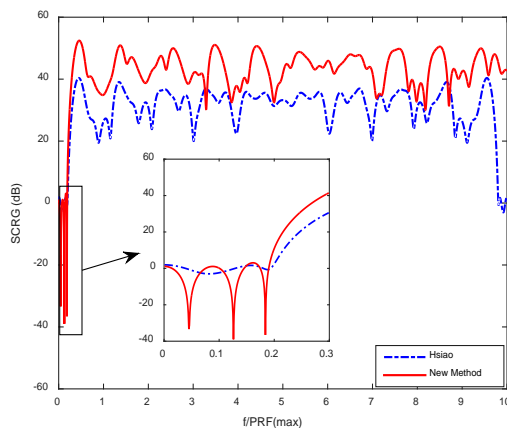
جدول (۱): ضرایب و دوره‌های روش [۵] و روش پیشنهادی.

| | |
|--------------|--|
| روش [۵] | $w_i: -0.0600, 0.1984, -0.4343, 0.6399,$ $-0.5523, 0.2625, -0.1084$ |
| | $T_k: 1/1, 1/3, 1/1, 1, 1/2, 1$ |
| روش پیشنهادی | $w_i: 0.0617, -0.2310, 0.4171, -0.5846,$ $0.5721, -0.3063, 0.0770$ |
| | $T_k: 1/0.964, 1/0.828, 1/2.518, 1/0.000,$ $1/0.021, 1/0.433$ |

جدول (۲): مقایسه IF و کمینه SCRG.

| | IF (dB) | Min. SCRG (dB) |
|--------------|---------|----------------|
| روش [۵] | ۳۳/۶۵ | ۱۹/۴۷ |
| روش پیشنهادی | ۴۵/۵۷ | ۳۰/۰۸ |

با توجه به جدول (۲) در روش پیشنهادی IF و Min. SCRG به ترتیب حدود ۱۱/۹ dB و ۱۰/۶ dB بهبود یافته‌اند. شکل (۵) دو روش را نشان می‌دهد، با توجه به این شکل تقریباً در تمامی فرکانس‌ها SCRG روش پیشنهادی بیشتر است.



شکل (۵): SCRG روش [۵] و روش پیشنهادی.

۴-۲- مقایسه با روش [۴]

مقاله [۴] همانند روش [۵] برای محاسبه ضرایب از همان روش حل مقدار ویژه ماتریس کواریانس استفاده کرده است و برای بهینه‌سازی دوره‌ها، مجموع کمینه‌های محلی SCRG را بیشینه نموده است.

فیلتر طراحی شده توسط این روش درجه ۳ بوده و برای بازه فرکانسی $f = [0, 10\text{PRF}_{\max}]$ بهینه شده است. برای محاسبه SCRG، طیف کلاتر گوسی با میانگین صفر و انحراف معیار استاندارد $\sigma = 0.02\text{PRF}_{\max}$ در نظر گرفته شده است. همچنین $f_c = 0.04\text{PRF}_{\max}$ و $f_l = 0.5\text{PRF}_{\max}$ می‌باشند.

در روش پیشنهادی فیلتری با مشخصات فوق طراحی می‌شود که نتیجه آن برای f_{z_k} ها به صورت زیر است:

$$f_{z_2} = -f_{z_3} = 0.86f_c \text{ و } f_{z_1} = 0$$

۴- نتایج شبیه‌سازی و مقایسه با روش‌های دیگر

در این بخش نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی ارائه می‌شود و نتایج به دست آمده با دیگر روش‌ها مقایسه خواهد شد. برای مقایسه فیلترهای MTI دو معیار مهم IF و کمینه SCRG در باند عبور در نظر گرفته شده است.

در شبیه‌سازی‌ها برنامه مقید شده است که همواره یکی از دوره‌ها T_{\min} باشد تا تمام نتایج، برد بدون ابهام (R_{un}) یکسان داشته باشند. در تمامی نتایج ارائه شده، دوره‌های فیلتر به مقدار T_{\min} نرمالیزه می‌شوند بدین ترتیب دوره‌های فیلتر مستقل از مقدار T_{\min} و R_{un} به دست می‌آیند و همچنین باند عبور فیلتر تا فرکانس 10PRF_{\max} در نظر گرفته شده است. در مقایسه‌های ارائه شده در این بخش نوع کلاتر در روش پیشنهادی با کلاتر مراجع ذکر شده یکسان در نظر گرفته شده است و باند حذف فیلتر روش پیشنهادی متناسب با پخش‌شدگی کلاتر مراجع است.

۴-۱- مقایسه با روش [۵]

مقاله [۵] برای محاسبه ضرایب، توان کلاتر را کمینه می‌کند که در نهایت به مسئله مقدار ویژه ختم می‌شود. در این حالت نشان داده می‌شود که ضرایب فیلتر برابر بردار ویژه متناظر با کوچک‌ترین مقدار ویژه ماتریس کواریانس کلاتر است. برای یافتن دوره‌ها، نوسان در باند عبور حداقل می‌شود، رابطه نوسان نیز در رابطه زیر تعریف شده است:

$$R_l = \frac{1}{f_u - f_l} \int_{f_l}^{f_u} (P(f) - P_{av})^2 df \quad (25)$$

که در آن P_{av} به صورت زیر است:

$$P_{av} = \frac{1}{f_u - f_l} \int_{f_l}^{f_u} P(f) df \quad (26)$$

در شبیه‌سازی [۵] چگالی طیف توان کلاتر یکنواخت ($f_{lc} = 0$ و $f_{uc} = 0.2\text{PRF}_{\max}$) و درجه فیلتر ۶ در نظر گرفته شده است. بازه فرکانسی مد نظر برای بهینه‌سازی نیز $f = [0, 10\text{PRF}_{\max}]$ است و نتایج شبیه‌سازی در جدول (۱) آمده است.

در روش پیشنهادی فیلتری با مشخصات فوق طراحی می‌شود که در آن $f_c = 0.2\text{PRF}_{\max}$ و $f_l = 0.5\text{PRF}_{\max}$ لحاظ شده است. پس از اجرای برنامه f_{z_k} ها به صورت زیر به دست می‌آیند:

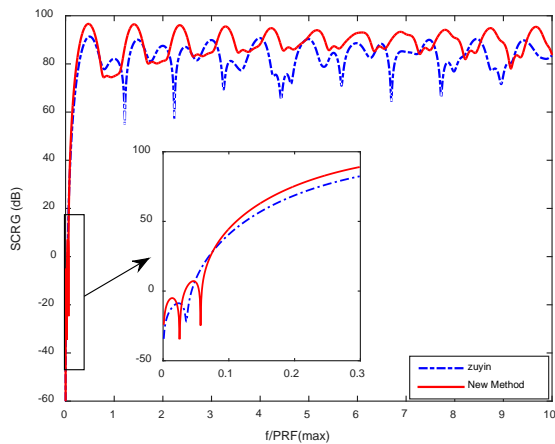
$$f_{z_1} = -f_{z_4} = 0.23f_c, f_{z_2} = -f_{z_5} = 0.63f_c \text{ و } f_{z_3} = -f_{z_6} = 0.92f_c$$

صفر و انحراف معیار استاندارد $\sigma = 0.02PRF_{max}$ در نظر گرفته شده است. f_{z_k} های به دست آمده عبارتند از:

$$f_{z_3} = -f_{z_5} = 0.78 f_c \text{ و } f_{z_2} = -f_{z_4} = 0.37 f_c \cdot f_{z_1} = 0$$

جدول (۵): ضرایب و دوره های روش [۱۲] و روش پیشنهادی.

| | |
|--------------|---|
| روش [۱۲] | $w_i: 1, -3/741, 7/781, -7/679, 3/320,$ $-0/681$ |
| | $T_k: 0/828, 1/125, 0/892, 1/108, 1/027$ |
| روش پیشنهادی | $w_i: -0/6735, -0/31666, 0/61799,$ $-0/63655, 0/32393, -0/05606$ |
| | $T_k: 1/0520, 1/0765, 1/0836, 1/0000, 1/1807$ |



شکل (۷): SCRG روش [۱۲] و روش پیشنهادی.

جدول (۶): مقایسه IF و کمینه SCRG.

| | IF(dB) | Min. SCRG (dB) |
|--------------|--------|----------------|
| روش [۱۲] | ۸۵/۴۷ | ۵۴/۸۷ |
| روش پیشنهادی | ۹۰/۴۰ | ۷۴/۴۶ |

نتایج جدول (۶) و شکل (۷) نشان می دهد که در روش پیشنهادی شاخص IF و همچنین Min. SCRG به ترتیب ۵/۱ dB و ۱۹/۵ dB بیشتر از روش [۱۲] است.

با توجه به این که در مرجع [۱۲] فقط روشی برای بهینه کردن ضرایب ارائه شده است، برای مقایسه صرفاً روش طراحی ضرایب، در روش پیشنهادی نیز از همان دوره هایی استفاده می شود که در مرجع [۱۲] مورد استفاده قرار گرفته است، پس در این صورت ضرایب روش پیشنهادی به صورت زیر خواهد بود:

$$w_i = \{0.086202, -0.314173, 0.641846, -0.633207, 0.278324, -0.058992\}$$

جدول (۷): مقایسه IF و کمینه SCRG با دوره های مشترک.

| | IF(dB) | Min. SCRG (dB) |
|--------------|--------|----------------|
| روش [۱۲] | ۸۵/۴۷ | ۵۴/۸۷ |
| روش پیشنهادی | ۹۳/۱۷ | ۶۲/۱۳ |

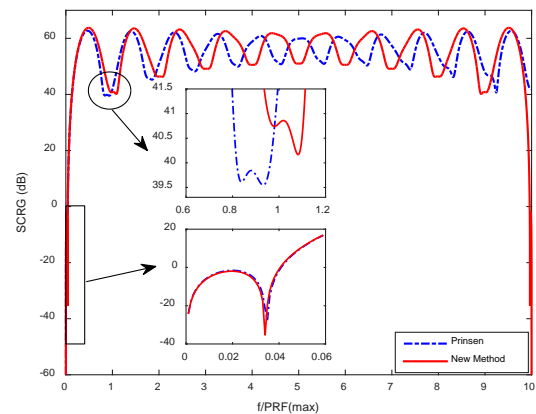
جدول (۳): ضرایب و دوره های روش [۴] و روش پیشنهادی.

| | |
|--------------|---|
| روش [۴] | $w_i: 1, -3/0.3, 3/155, -1/152$ |
| | $T_k: 1/1, 1/0.94, 1$ |
| روش پیشنهادی | $w_i: 0/2364, -0/6871, 0/6557, -0/2050$ |
| | $T_k: 1, 1, 1/1$ |

جدول (۴): مقایسه IF و کمینه SCRG.

| | IF(dB) | Min. SCRG(dB) |
|--------------|--------|---------------|
| روش [۴] | ۵۷/۶۴ | ۳۹/۵۵ |
| روش پیشنهادی | ۵۸/۷۴ | ۴۰/۱۷ |

با توجه به نتایج شبیه سازی که در جدول (۴) و شکل (۶) آمده است، مقادیر IF و Min. SCRG در روش پیشنهادی نسبت به روش [۴] بهبود یافته است و نتایج شبیه سازی نشان می دهد که برای فیلتر درجه ۴ نیز نتایج شاخص IF و Min. SCRG به ترتیب ۰/۷۵ dB و ۲/۳۳ dB نسبت به روش [۴] بهتر است.



شکل (۸): SCRG روش [۴] و روش پیشنهادی.

۳-۴- مقایسه با روش [۱۲]

در مقاله [۱۲] بیان شده است که پاسخ فرکانسی فیلتر MTI با درجه $N-1$ را می توان با یک کسر گویا تقریب زد که کسر گویا، پاسخ فرکانسی یک فیلتر بالاگذر به صورت رابطه زیر است:

$$H_{N-1}^* = \left(\frac{j2\pi f T_1}{1 + j2\pi f T_1} \right)^{N-1} \quad (27)$$

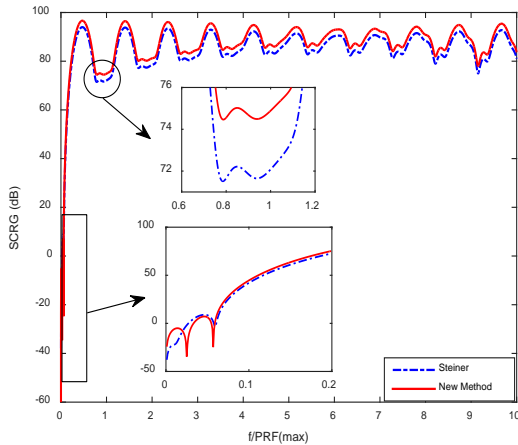
که با برابر قرار دادن رابطه (۲۷) با پاسخ فرکانسی فیلتر MTI، یعنی رابطه (۳)، ضرایب فیلتر محاسبه می شود.

در این مقاله تنها به بهینه سازی ضرایب فیلتر پرداخته شده و دوره ها از سایر مراجع آورده شده است. نتایج این روش برای فیلتر درجه ۵ در جدول (۵) آمده است.

در روش پیشنهادی فیلتری درجه ۵ با $f_c = 0.07 PRF_{max}$ و $f_t = 0.5 PRF_{max}$ در بازه ی فرکانسی $f = [0, 10PRF_{max}]$ طراحی می شود. در شبیه سازی طیف کلاتر گوسی با میانگین

جدول (۹): مقایسه IF و کمینه SCRG.

| | IF (dB) | Min. SCRG (dB) |
|--------------|---------|----------------|
| روش [۱۳] | ۸۸/۳۱ | ۷۱/۸۸ |
| روش پیشنهادی | ۹۰/۶۰ | ۷۴/۴۶ |



شکل (۹): SCRG روش [۱۳] و روش پیشنهادی.

IF و Min. SCRG روش پیشنهادی با توجه به جدول (۹) بیشتر از روش [۱۳] است. در شکل (۹) نیز بالا بودن SCRG روش پیشنهادی در همه فرکانسها قابل مشاهده است.

۴-۵- مقایسه با روش [۷]

در روش [۷] فیلتر ایده آل MTI به صورت رابطه (۲۹) در نظر گرفته شده است:

$$H_d = \begin{cases} 0 & 0 \leq f \leq f_c \\ 1 & f_c \leq f \leq f_u \end{cases} \quad (29)$$

در این روش برای محاسبه ضرایب فیلتر با استفاده از معیار LS خطای تفاضل فیلتر طراحی شده و H_d تحت قید صفر شدن مجموع ضرایب فیلتر کمینه می شود و همچنین برای افزایش A_c وزن بیشتری (W) به مقدار انتگرال تابع خطا روی باند حذف داده می شود.

به طور خلاصه روش مطرح شده را می توان به فرم ریاضی زیر بیان نمود:

$$\min ||H_d(f) - H(f, w_i)||^2$$

$$s. t. \sum_{i=0}^{N-1} w_i = 0$$

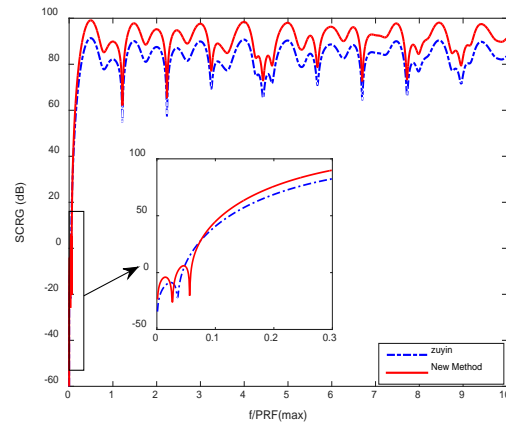
علاوه بر این در روش Mini-Max نیز به صورت برنامه الگوریتم زیر برای بهینه کردن ضرایب فیلتر به کار برده شده است:

$$\min \delta$$

$$s. t. \begin{cases} |H_{mm}(f, w_i)| < \delta & f \in [0, f_c] \\ |1 - |H_{mm}(f, w_i)|| < W\delta & f \in [f_i, f_u] \end{cases}$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} w_i = 0$$

نتایج جدول (۷) نشان می دهد اگر دوره های فیلتر در هر دو روش مشابه باشند، ضرایب طراحی شده در روش پیشنهادی بهینه تر است. در شکل (۸) با توجه به مشترک بودن دوره ها در دو روش، باند عبور فیلترها فرم یکسانی دارند اما با توجه به بهینه بودن ضرایب روش پیشنهادی نسبت به روش [۱۲]، SCRG در روش پیشنهادی بالاتر است.



شکل (۸): SCRG روش [۱۲] و روش پیشنهادی با دوره های مشترک (۱/۱۸۰۷، ۱/۱۰۰۰۰، ۱/۰۸۳۶، ۱/۰۷۶۵، ۱/۰۵۲۰)

۴-۴- مقایسه با روش [۱۳]

در روش [۱۳] روش بهینه سازی ضرایب فیلتر MTI با PRF ثابت مطرح شده است، اما اساس این روش به نحوی است که به سادگی برای فیلترهای MTI با نمونه برداری غیریکنواخت قابل تعمیم است. هدف طراحی فیلتر در این روش، دستیابی به بیشترین SCRG در محدوده فرکانسی مورد نظر است. در این روش با تعریف تابع خطا به صورت رابطه (۲۸) و با متوسل شدن به الگوریتم جست و جو، سعی می شود که مقدار بیشینه خطا، کمینه شود.

$$e = \text{Log}(\text{SCRG}_{opt}) - \text{Log}(\text{SCRG}) \quad (28)$$

که در آن SCRG_{opt} حداکثر SCRG قابل حصول در هر فرکانس است.

این روش تنها برای بهینه سازی ضرایب مطرح شده است، بنابراین با در نظر گرفتن دوره های به دست آمده از روش پیشنهادی برای فیلتری با مشخصات بخش ۳-۴، ضرایب با روش [۱۳] بهینه می شوند و برای این که الگوریتم سریع تر همگرا گردد، بردار اولیه ضرایب در این روش به صورت ضرایب دو جمله ای در نظر گرفته شده است.

جدول (۸): ضرایب و دوره های روش [۱۳] و روش پیشنهادی با دوره های مشترک (۱/۱۸۰۷، ۱/۱۰۰۰۰، ۱/۰۸۳۶، ۱/۰۷۶۵، ۱/۰۵۲۰).

| | |
|--------------|--|
| روش [۱۳] | $w_i: 0.07003, -0.32393, 0.62233, -0.63176, 0.31748, -0.05415$ |
| روش پیشنهادی | $w_i: 0.06735, -0.31666, 0.61799, -0.63455, 0.32393, -0.05606$ |

پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به سه روش دیگر دارد.

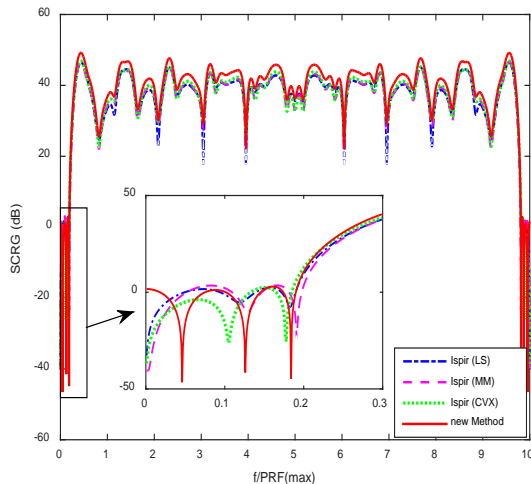
برای مقایسه صرفاً روش طراحی ضرایب، در روش پیشنهادی از دوره‌های [۷] و [۸] استفاده می‌شود، که در این صورت ضرایب به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$w_i = \{0.0813, -0.3, 0.5829, -0.6169, 0.3818, -0.1826, 0.0625\}$$

جدول (۱۲): مقایسه IF و کمینه SCRG روش [۷]، [۸] و روش پیشنهادی با دوره‌های مشترک (۱/۱، ۱/۴، ۱/۲، ۱/۰، ۱/۱، ۱/۱)

| | IF(dB) | Min. SCRG (dB) |
|---------------|--------|----------------|
| روش [۷] (LS) | ۳۹/۹۹ | ۱۷/۶۹ |
| روش [۷] (MM) | ۳۹/۹۷ | ۲۲/۰۳ |
| روش [۸] (CVX) | ۴۰/۳۷ | ۲۲/۷۹ |
| روش پیشنهادی | ۴۲/۵۹ | ۲۲/۰۹ |

نتایج ارائه شده در جدول (۱۲) و شکل (۱۱) با توجه به مشترک بودن دوره‌ها، فقط مقایسه روش طراحی ضرایب را نشان می‌دهد و همان‌طور که مشخص است در این حالت نیز IF در روش پیشنهادی بالاتر است.



شکل (۱۱): SCRG روش [۷]، [۸] و روش پیشنهادی با دوره‌های مشترک (۱/۱، ۱/۴، ۱/۲، ۱/۰، ۱/۱، ۱/۱)

۴-۶- مقایسه با روش [۶]

معیار بهینه‌سازی در [۶] کمینه کردن تابع هزینه رابطه زیر است.

$$P_T = P_c + WP_r \quad (30)$$

در [۸] از روش بهینه‌سازی محدب (CVX) برای بهینه کردن تابع هزینه زیر استفاده شده است:

$$\begin{aligned} \min \delta \\ s. t. \quad & |H(f, w_i)| < \delta \quad f \in [0, f_c] \\ & |1 - H(f, w_i)| < W\delta \quad f \in [f_l, f_u] \\ & \sum_{i=0}^{N-1} w_i = 0 \end{aligned}$$

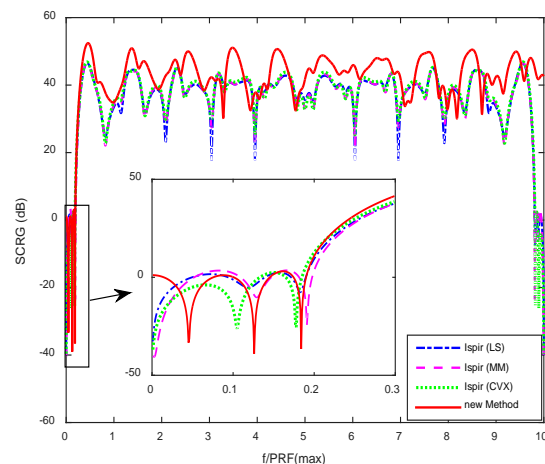
سه روش مذکور تنها به بهینه‌سازی ضرایب فیلتر پرداخته و از دوره‌های مراجع دیگر در شبیه‌سازی استفاده کرده‌اند. نتایج شبیه‌سازی روش [۷]، [۸] و روش پیشنهادی برای فیلتری با مشخصات بخش ۴-۱ در جدول (۱۰) آمده است.

جدول (۱۰): ضرایب و دوره‌های روش [۷] و روش پیشنهادی.

| | |
|---------------|---|
| روش [۷] (LS) | $w_i: 0.1003, -0.3418, 0.6104, -0.6036, 0.3382, -0.1424, 0.390$ |
| | $T_k: 1/1, 1/1, 1/0, 1/2, 1/4, 1/1$ |
| روش [۷] (MM) | $w_i: 0.0793, -0.2969, 0.5753, -0.6174, 0.3872, -0.1967, 0.693$ |
| | $T_k: 1/1, 1/1, 1/0, 1/2, 1/4, 1/1$ |
| روش [۸] (CVX) | $w_i: -0.0616, 0.2717, -0.5692, 0.6293, -0.4009, 0.1939, -0.0633$ |
| | $T_k: 1/1, 1/1, 1/0, 1/2, 1/4, 1/1$ |
| روش پیشنهادی | $w_i: 0.0617, -0.2310, 0.4171, -0.5846, 0.5721, -0.3063, 0.770$ |
| | $T_k: 1/0.964, 1/0.828, 1/2.518, 1/0.000, 1/0.021, 1/0.433$ |

جدول (۱۱): مقایسه IF و کمینه SCRG.

| | IF(dB) | Min. SCRG (dB) |
|---------------|--------|----------------|
| روش [۷] (LS) | ۳۹/۹۹ | ۱۷/۶۹ |
| روش [۷] (MM) | ۳۹/۹۷ | ۲۲/۰۳ |
| روش [۸] (CVX) | ۴۰/۳۷ | ۲۲/۷۹ |
| روش پیشنهادی | ۴۵/۵۷ | ۳۰/۰۸ |



شکل (۱۰): SCRG روش [۷]، [۸] و روش پیشنهادی.

نتایج جدول (۱۱) و شکل (۱۰) نشان می‌دهد روش

همان‌طور که از شکل (۱۲) مشخص است نوسان باند عبور این روش بسیار کم است ولی کم شدن نوسان به این قیمت به دست آمده است که حتی بیشینه SCRG آن ۲۵ dB از کمینه بهره روش پیشنهادی کمتر است. در مراجع دیگر از جمله [۱۴ و ۱۵] که در آن‌ها تنها به کاهش نوسان باند عبور فیلتر پرداخته شده است، مشکل کم بودن SCRG دیده می‌شود.

جدول (۱۵): جدول کلی مقایسه عملکرد روش‌های بررسی شده.

| | | IF (dB) | Min. SCRG (dB) |
|-----|---------------|---------|----------------|
| N=۴ | روش [۴] | ۵۷/۶۴ | ۳۹/۵۵ |
| | روش پیشنهادی | ۵۸/۷۴ | ۴۰/۱۷ |
| N=۶ | روش [۶] | ۴۰/۰۷ | ۳۸/۴۱ |
| | روش [۱۲] | ۸۵/۴۷ | ۵۴/۸۷ |
| | روش [۱۳] | ۸۸/۳۱ | ۷۱/۸۸ |
| | روش پیشنهادی | ۹۰/۶۰ | ۷۴/۴۶ |
| N=۷ | روش [۵] | ۳۳/۶۵ | ۱۹/۴۷ |
| | روش [۷] (LS) | ۳۹/۹۹ | ۱۷/۶۹ |
| | روش [۷] (MM) | ۳۹/۹۷ | ۲۲/۰۳ |
| | روش [۸] (CVX) | ۴۰/۳۷ | ۲۲/۷۹ |
| | روش پیشنهادی | ۴۵/۵۷ | ۳۰/۰۸ |

در جدول (۱۵) نتایج شبیه‌سازی همه روش‌های بررسی شده در مقاله آمده است و همان‌طور که ذکر شد، روش پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به روش‌های بررسی شده دارد و این موضوع به صورت کلی در این جدول نمایش داده شده است. با توجه به اینکه طراحی این فیلترها معمولاً به صورت آفلاین است لذا حجم و زمان محاسباتی آن‌ها مقایسه نشد از طرفی به دلیل این‌که روش پیشنهادی و برخی الگوریتم‌های دیگر مانند مرجع [۴] از روش جست‌وجوی تصادفی استفاده می‌کنند مقایسه زمان همگرایی آن‌ها ممکن نیست.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، الگوریتم دو مرحله‌ای برای طراحی فیلترهای MTI با نمونه‌برداری غیریکنواخت ارائه شد. در این روش با استفاده از معیار حداقل مربعات، خطای تفاضل فیلتر طراحی شده و فیلتر ایده‌آل کاهش یافت، علاوه بر این با توجه به صفر شدن پاسخ فرکانسی فیلتر در برخی از فرکانس‌های باند حذف، میزان حذف کلاتر و در نتیجه ضریب بهبود (IF) فیلتر افزایش یافت. در ادامه همان‌طور که نشان داده شد ضریب بهبود به دست آمده در روش پیشنهادی همواره مقادیر بالاتری در مقایسه با سایر روش‌ها داشت. اگر چه برخی از روش‌ها نوسان باند عبور کمتری نسبت به روش پیشنهادی داشتند اما در عوض کمینه بهره سیگنال به

که در آن W ضریب وزنی است. P_c و P_r نیز عبارت‌اند از:

$$P_c = \int_{f_u}^{f_l} \frac{C(f)}{C_i} P(f) df \quad (31)$$

$$P_r = \int_{f_l} P^2(f) df \quad (32)$$

P_c بیانگر توان کلاتر در خروجی فیلتر است، در نتیجه کمینه نمودن آن به معنی افزایش میزان حذف کلاتر است.

کاهش P_r نیز باعث کمینه شدن نوسان باند عبور می‌شود چرا که نوسان باند عبور به صورت زیر تعریف شده است:

$$R_l = \frac{1}{f_u - f_l} \int_{f_l}^{f_u} P^2(f) df - 1 \quad (33)$$

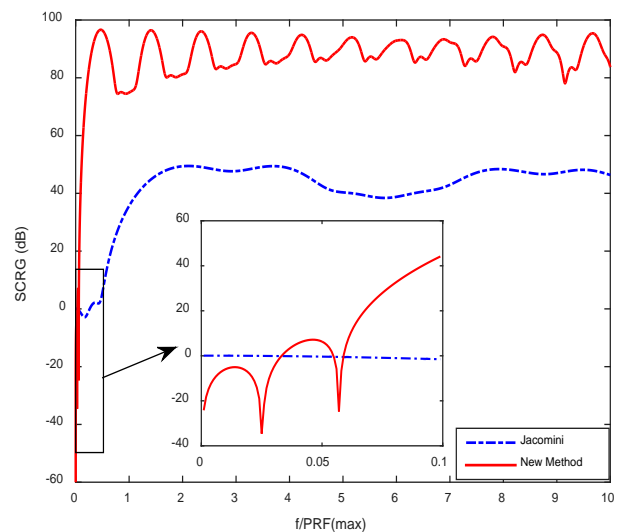
در نتیجه کمینه نمودن P_r معادل کمینه کردن نوسان است. ضرایب و دوره‌های این روش برای فیلتر درجه ۵ در جدول (۱۳) آمده است. کلاتر و مشخصات فیلتر روش پیشنهادی مشابه بخش ۳-۴ در نظر گرفته می‌شود.

جدول (۱۳): ضرایب و دوره‌های روش [۶] و روش پیشنهادی.

| | |
|--------------|---|
| روش [۶] | $w_i: 0.1062, -0.407, 0.742, -0.384, -0.1118, 0.111$ |
| | $t_i: -0.063, 0.290, 0.480, 0.632, 0.819, 0.975$ |
| روش پیشنهادی | $w_i: 0.106735, -0.31666, 0.61799, -0.63655, 0.32393, 0.105606$ |
| | $T_k: 1.0520, 1.0765, 1.0836, 1.000, 1.11807$ |

جدول (۱۴): مقایسه IF و کمینه SCRG.

| | IF (dB) | Min. SCRG (dB) |
|--------------|---------|----------------|
| روش [۶] | ۴۰/۰۷ | ۳۸/۴۱ |
| روش پیشنهادی | ۹۰/۶۴ | ۷۴/۵۱ |



شکل (۱۲): SCRG روش [۶] و روش پیشنهادی

- [7] M. İspir and Ç. Candan, "Min-max design of MTI filters with non-uniform pulse repetition intervals," 2013 21st Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), Haspolat, 2013, pp. 1-4.
- [8] Mehmet İspir, Cagatay Candan, "On the design of staggered moving target indicator filters", IET Radar, Sonar & Navigation, pp. 205-215, January 2016.
- [9] M. Arbabian, M. Bastani, and M. Tabesh, "Optimization of PRF staggering in MTI radar," in Radar Conference, 2005 IEEE International, May 2005, pp. 602 – 607.
- [10] M. Ahmadi and K. Mohamedpour, "PRI modulation type recognition using level clustering and autocorrelation," American Journal of Signal Processing, vol. 2, no. 5, pp. 83–91, 2012.
- [11] L. Vergara-Dominguez, "Analysis of the digital MTI filter with random PRI," Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F, vol. 140, no. 2, pp. 129 –137, Apr 1993.
- [12] W. Zuyin, "Optimal design of clutter rejection filters for MTI system," in Radar, 2001 CIE International Conference on, Proceedings, 2001, pp. 475–478.
- [13] M. Steiner, "A Mini-max Approach to the Design of Doppler Filters", IEEE Trans. on Aerosp. And Elect. Syst., Vol. 27, No. 3, pp. 481 - 486, May 1991.
- [14] G. Ewell and A. Bush, "Constrained improvement MTI radar processors," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. AES-11, no. 5, pp. 768 –780, Sept. 1975.
- [15] H. W. Thomas, T. M. Abram, "stagger period selection for moving target radars," Proc. IEE, Vol. 123, Mar. 1976, PP.195-199.

کلاتر روش پیشنهادی از بیشینه آن روش‌ها بیشتر بود. در مطالعات بعدی می‌توان از الگوریتم‌های بهینه‌سازی هوشمند (مانند الگوریتم ژنتیک) برای بهینه‌سازی دوره‌ها استفاده نمود. به عبارت دیگر، با توجه به ضرایب روش پیشنهادی، دوره‌های فیلتر را می‌توان به جای جست‌وجوی تصادفی با الگوریتم‌های هوشمند محاسبه نمود تا در مدت زمان کمتر، پاسخ‌های بهتری برای دوره‌ها به دست آید.

۶- مراجع

- [1] M.M. Nayebi, "Analyze and design digital filters with nonuniform sampling in MTI radar," M.Sc. Thesis, Sharif Univ. of Technology, 1990 (In Persian)
- [2] Skolnik, M.I.: 'Introduction to radar systems' (McGraw-Hill, New York, 2001, 3rd edn.)
- [3] Prinsen, P.J.A.: 'A class of high-pass digital MTI filters with nonuniform PRF', Proc. IEEE, 1973, 61, (8), pp. 1147–1148
- [4] Prinsen, Peter JA. "Elimination of blind velocities of MTI radar by modulating the interpulse period." IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 5 (1973): 714-724.
- [5] J. Hsiao and F. Kretschmer Jr, "Design of a Staggered-PRF MTI Filter," DTIC Document, Tech. Rep., 1973.
- [6] O. Jacomini, "Weighting Factor and Transmission Time Optimization in Video MTI Radar," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. AES-8, no. 4, pp. 517–527, July 1972.

Design of MTI Filters with Non-Uniform Sampling

A. Ghorbani, M.M. Nayebi^{*}, S.M. Karbasi

^{*} Sharif University of Technology, Tehran, Iran

(Received: 18/01/2020, Accepted: 21/06/2020)

Abstract

Moving target indication (MTI) filters are generally considered as the primary approach to remove echo caused by fixed unwanted targets as well as clutter, in real-world radar systems. The MTI filter is set up as a linear combination of the echoes received from the range cell under test, when the inter-pulse periods (IPPs) are staggered. Hence, the MTI filter is mainly characterized with the coefficients and the IPPs. The MTI filter design problem is to optimize both these parameters to maximize both the blind speed and the clutter rejection, while providing the required signal gain. In this paper, to calculate the coefficients, the deviation of the designed filter from the ideal one in pass-band is optimized using the least squares criterion. The coefficient optimization is done under the constraint to induce nulls at limited number of frequency spots in the clutter rejection band to increase clutter rejection. As to the IPPs, a random IPP search is done to maximize the minimum SCR in the pass-band. At the analysis stage, the performance of the proposed method is compared with the other existing methods, based on two criteria: Improvement Factor (IF) and the minimum SCR gain in the pass-band. Eventually, it is shown that the proposed method has better results.

Keywords: MTI Radar, Clutter Rejection, Blind Speed, Non-Uniform Sampling

^{*} Corresponding author E-mail: nayebi@sharif.edu