

بهبود نسبت SINR در رادار آرایه‌ای با استفاده از طراحی توأم بردارهای ضرایب پرتوسازی در ارسال و دریافت

سجاد ایمانی^۱، محمدمهدی نایی^{۲*}، مهدی رشید^۳، رضا خسروی^۴

۱- دکتری، ۲- استاد، دانشگاه صنعتی شریف، ۳- کارشناس ارشد ۴- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران (دریافت: ۹۶/۰۳/۰۱؛ پذیرش: ۹۷/۰۶/۲۱)

چکیده

در این مقاله، مسئله طراحی توأم بردارهای ضرایب شکل‌دهی ارسال و دریافت توان در رادار آرایه‌ای برای بهبود نسبت سیگنال به تداخل بعلاوه نویز برای یک هدف نقطه‌ای و در حضور چندین تداخل‌کننده وابسته به سیگنال در نظر گرفته شده است. یک الگوریتم ترتیبی مبتنی بر بهینه‌سازی محدب ارائه شده است که در هر تکرار از آن، بردارهای ضرایب شکل‌دهی ارسال و دریافت توان محاسبه می‌شوند. مسئله مورد نظر علاوه بر قید توان، با قید پوش ثابت (هم دامنه بودن ضرایب شکل‌دهی پرتو توان) برای بردار شکل‌دهی ارسال نیز مقید شده، که در عمل یک قید بسیار مهم است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در مقایسه با رادار آرایه فازی متداول، توانایی بیشتری در حذف تداخل دارد، همچنین مشاهده می‌شود که با اعمال قید پوش ثابت بر روی بردار شکل‌دهی ارسال، می‌توان به بازدهی رادارهای آرایه‌ای فعال نامقید با دقت بالایی نزدیک شد.

واژگان کلیدی

رادار آرایه فعال، رادار چند ورودی چند خروجی، نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز، بردار شکل‌دهی

۱- مقدمه

مستقیم محاسبه می‌شوند [۳]، اما در روش دوم با توجه به اینکه شکل موج‌های ارسالی دارای یک ماتریس کوواریانس هستند، لذا تمرکز بر روی طراحی ماتریس کوواریانس است [۴-۶] و سپس با سنتز ماتریس کوواریانس محاسبه شده، شکل موج‌های ارسالی محاسبه می‌گردند [۷-۹]. در [۱۰-۱۱] ماتریس‌های کوواریانسی برای افزایش نسبت سیگنال به تداخل ارائه شده است. ماتریس کوواریانس ارائه شده در [۱۰]، دارای مرتبه ۲ به‌زای هر تعداد آنتن فرستنده است و لذا در آن، از حداکثر کارایی رادار MIMO استفاده نمی‌شود. همچنین این روش سعی می‌کند که علاوه بر استفاده از مزایای رادار MIMO به بازدهی رادار آرایه فازی نیز نزدیک شود. با توجه به این‌که در [۱۰]، شکل موج ارسالی مستقل از مکان تداخل‌کننده‌ها است و تداخل‌ها در گیرنده حذف می‌شوند، از این‌رو انتظار می‌رود که این‌گونه روش‌ها بهترین انتخاب نباشند و باید طراحی به‌صورت توأم انجام شود، یعنی فرستنده و گیرنده در حذف تداخل همکاری کنند. در [۱۲] الگوریتمی ارائه شده است که در آن شکل موج ارسالی و فیلتر گیرنده به‌صورت توأم طراحی می‌شوند و شکل موج‌های ارسالی با پوش ثابت مقید شده‌اند. با توجه به تقریب‌های مورد استفاده در [۱۲]، ما در [۱۳] مسئله را با یک روش شبه‌محدب حل کرده‌ایم و آن را از یک هدف به چند هدف ارتقا داده‌ایم. با توجه به این‌که

حذف تداخل یکی از مهم‌ترین مسائل در طراحی رادارها برای افزایش کارایی است، لذا در تحقیقات اخیر به شکل قابل‌توجهی مورد علاقه محققین در حوزه رادارهای آرایه فازی^۱ و چند ورودی - چند خروجی قرار گرفته است [۱]. در رادار چند ورودی - چند خروجی، برخلاف رادار آرایه فازی که یک شکل موج با مقیاس‌های متفاوت (از نظر دامنه و فاز) از آرایه آنتن‌ها منتشر می‌شود، شکل موج‌های متفاوتی از هر یک از عنصرهای آرایه فرستنده ارسال می‌گردد. اگر این شکل موج‌ها هیچ‌گونه همبستگی نداشته باشند به آن رادار چند ورودی چند خروجی متعامد گفته می‌شود [۲]. همچنین در رادار آرایه فازی اگر تغییر مقیاس تنها در فاز انجام شود، به آن رادار آرایه فازی متداول اطلاق می‌گردد.

در رادار چند ورودی چند خروجی، مسئله طراحی شکل موج به دو شیوه انجام می‌شود؛ در روش اول شکل موج‌ها به‌صورت

* نویسنده مسئول: nayebi@sharif.edu

1- Phased array

2- Multi-Input Multi-Output

دینامیکی^۱ بیشتری نیاز دارند، چون سیگنال‌ها دارای دامنه و فاز متفاوتی هستند و بردار شکل‌دهی ارسال هر دامنه‌ای را می‌تواند اختیار کند، درحالی‌که رادار آرایه فازی متداول از مسیرهای مدار رادیویی یکسانی استفاده می‌کند و لذا، هزینه سامانه کاهش خواهد یافت. همچنین مدیریت تزویج بین عنصرهای یک آرایه با ارسال توان یکسان ساده‌تر از ارسال نابرابر توان است.

با توجه به توضیحات ارائه شده در مورد رادار چند ورودی چند خروجی و رادار آرایه‌ای فعال نامقید در [۱۵]، در این مقاله، ما طراحی توأم بردار شکل‌دهی ارسال و دریافت را در رادار آرایه فعال در نظر می‌گیریم. هدف این مقاله، افزایش نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز یک هدف نقطه‌ای در حضور چندین تداخل‌کننده وابسته به سیگنال است. تداخل‌کننده وابسته به سیگنال به تداخلی اطلاق می‌گردد که در آن سیگنال تداخلی از جنس سیگنال ارسال رادار است که می‌تواند حاصل یک کلاتر یا فریبده‌های مبتنی بر تکرار سیگنال باشد. در روش پیشنهادی، بردارهای شکل‌دهی ارسال و دریافت از طریق یک الگوریتم ترتیبی محاسبه می‌شوند که در هر مرحله از این الگوریتم، مسئله یک مسئله بهینه‌سازی نامحدب است که با استفاده از ساده‌سازی به یک مسئله محدب تبدیل می‌شود [۱۶] و سپس بردارهای ارسال و دریافت از طریق روش تصادفی‌سازی محاسبه می‌شوند [۱۷]. شرط توقف الگوریتم ترتیبی، افزایش نیافتن نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز یک مرحله نسبت به مرحله قبلی است. در الگوریتم پیشنهادی، مسئله با در نظر گرفتن قید پوش ثابت حل می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در حضور چندین تداخل‌کننده وابسته به سیگنال بازدهی بهتری نسبت به رادار آرایه فازی و رادار چند ورودی چند خروجی ارائه شده در [۱۰] دارد و همچنین می‌تواند به بازدهی روش نامقید (بردار شکل‌دهی ارسال هر دامنه‌ای می‌تواند داشته باشد) در [۱۵] با تقریب خوبی نزدیک شود.

در ادامه، ساختار مقاله به‌شرح زیر است: در قسمت دوم فرمول‌بندی و مدل سامانه ارائه می‌شود. الگوریتم پیشنهادی در قسمت سوم و نتایج شبیه‌سازی در قسمت چهارم آورده شده است. جمع‌بندی مقاله نیز در قسمت پایانی شرح داده شده است.

۲- فرمول‌بندی مسئله

یک سامانه راداری آرایه‌ای با M_t آنتن فرستنده و M_r آنتن گیرنده در نظر بگیرید. فرض می‌شود که آنتن‌های ارسال و دریافت همه‌جهته هستند. فرض کنید که هر عنصر از آرایه فرستنده، سیگنال $h_i s(n), i = 1, \dots, M_t, n = 1, \dots, N$ را ارسال

در روش‌های [۱۲-۱۳]، مسئله دارای پیچیدگی بسیار زیادی است (به این علت که تک‌تک نمونه‌های ارسال از هر آنتن باید طراحی شوند)، لذا استفاده از این روش‌ها در عمل محدود می‌شود. برای کاهش پیچیدگی روش‌های [۱۲-۱۳]، ما در [۱۴] الگوریتمی ترتیبی ارائه داده‌ایم که در آن به‌جای طراحی تک‌تک نمونه‌های ارسال، شکل موج‌های ارسال از ترکیب یک مجموعه متعامد حاصل می‌شوند، یعنی هر آنتن ترکیب خطی از یک مجموعه شکل متعامد را ارسال خواهد کرد لذا مرتبه ماتریس کوواریانس ارسال قابل کنترل خواهد بود.

به‌هرحال، هرچند که رادار چند ورودی چند خروجی دارای مزایای قابل توجهی است، اما به دلایل متعددی، در عمل رادارهای مبتنی بر آرایه فازی کاربرد بیشتری دارند. اولین دلیل، تعداد بسیار بیشتر فیلترهای منطبق در گیرنده رادار چند ورودی چند خروجی نسبت به آرایه فازی است و لذا حجم پردازش گیرنده بسیار افزایش می‌یابد. دلیل دیگر، تابع ابهام متغیر رادار چند ورودی چند خروجی است، درحالی‌که برای رادار آرایه فازی این تابع ثابت می‌باشد و لذا پردازش زمان فرکانس دارای حجم پردازش کمتری است. توجه شود که در رادار چند ورودی چند خروجی برای هر ترکیبی از مکان تداخل‌کننده‌ها یا اهداف، سیگنال جدیدی طراحی می‌شود و لذا، تابع ابهام آن متغیر خواهد بود. با این تفاسیر، تمرکز ما در این مقاله بر روی رادار آرایه فازی است.

در رادار آرایه فازی متداول، سیگنال ارسال با شیفتهای متفاوتی از المان‌های فرستنده ارسال می‌شود. به مشابه روش‌های [۱۰-۱۱] رادار آرایه فازی در حضور تداخل‌کننده‌ها بهینه نخواهد بود، زیرا در فرستنده شکل موج ارسال تنها با هدف تمرکز توان در محل هدف ارسال می‌شود و ارسال توان مستقل از مکان تداخل‌کننده است و حذف تداخل تنها به عهده گیرنده می‌باشد و لذا بدیهی است که این نوع از رادار آرایه فازی بهینه نباشد. در [۱۵]، روشی ارائه شده است که در آن بردارهای شکل‌دهی ارسال و دریافت به‌صورت توأم طراحی می‌شوند و نشان داده شده است که این روش قادر است به بازدهی (نسبت سیگنال به تداخل) بالاتری نسبت به رادار آرایه فازی متداول برسد. هرچند که روش ارائه شده در [۱۵] دارای بازدهی بالاتری نسبت به آرایه فازی است اما به دلایلی رادار آرایه فازی متداول در عمل بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. علت این است که در رادار آرایه فازی متداول، سیگنال ارسال از عنصرهای آرایه فرستنده نسبت به یکدیگر تنها شیفتهای فاز دارند و لذا، بردار شکل‌دهی در اصطلاح پوش ثابت است. پوش ثابت این مزیت را دارد که رادار می‌تواند در توان نامی خود، کار کند. در روش [۱۵] مسیرهای مدارات رادیویی هر عنصر فرستنده به محدوده

فیلتر منطبق تنظیم شده روی تأخیر سیگنال دریافتی عبور داده می‌شود. خروجی این فیلتر یک بردار به طول M_r است و با فرض واحد بودن انرژی سیگنال ارسالی برابر است با:

$$\mathbf{y} = a_0 \mathbf{a}_r(\theta_0) \mathbf{a}_t(\theta_0)^T \mathbf{h} + \sum_{j=1}^Q a_j \mathbf{a}_r(\theta_j) \mathbf{a}_t(\theta_j)^T \mathbf{h} + \mathbf{v} \quad (6)$$

که بردار نویز گوسی سفید جمع‌شونده با میانگین صفر و واریانس $\sigma_v^2 \mathbf{I}_{M_r}$ است. بهترین معیار برای افزایش احتمال آشکارسازی در انواع سامانه‌های راداری بهبود نسبت سیگنال به نویز است، زیرا احتمال آشکارسازی و نسبت سیگنال به نویز در حضور نویز سفید گوسی رابطه یکنوا و صعودی دارند. بنابراین در حضور تداخل نیز معیار نسبت سیگنال به تداخل بعلاوه نویز معیار مناسبی برای طراحی سامانه راداری است. برای کاهش اثر تداخل کننده‌ها، خروجی فیلتر منطبق از بردار شکل‌دهی پرتو \mathbf{w} عبور داده می‌شود. فرض کنید $\mathbf{A}(\theta) = \mathbf{a}_r(\theta) \mathbf{a}_t(\theta)^T$ ، آنگاه SINR که نشان‌دهنده نسبت توان سیگنال بازگشتی از هدف به جمع توان تداخل کننده‌ها و نویز است به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\text{SINR} = \frac{\text{SNR} |\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{h}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{in} \mathbf{w}} \quad (7)$$

که در آن، $\text{SNR} = E\{|a_0|^2\} / \sigma_v^2$ نسبت سیگنال هدف به نویز است و \mathbf{R}_{in} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{R}_{in} = \sum_{j=1}^Q \text{INR}_j \mathbf{A}(\theta_j) \mathbf{h} \mathbf{h}^H \mathbf{A}(\theta_j)^H + \mathbf{I}_{M_r} \quad (8)$$

که در آن، $\text{INR}_j = E\{|a_j|^2\} / \sigma_v^2$ نسبت توان تداخل به نویز است. قابل ذکر است که در رابطه (۸)، نسبت توان منابع تداخل به نویز و جهت آن‌ها معلوم فرض می‌شود. در واقع فرض می‌شود این اطلاعات توسط یک سامانه دیگر در اختیار رادار آرایه‌ای قرار گیرد، بنابراین، \mathbf{R}_{in} تخمین زده نمی‌شود.

۳- طراحی توأم بردارهای شکل‌دهی ارسال و دریافت

در این قسمت، الگوریتم پیشنهادی برای طراحی توأم بردارهای شکل‌دهی ارسال و دریافت (h,w) به منظور بیشینه کردن SINR تحت دو قید مهم ارائه می‌شود. اولین قید توان ارسالی است. بدون از دست دادن کلیات مسئله، فرض می‌کنیم توان ارسالی واحد است، بنابراین، نرم دوم بردار شکل‌دهی ارسال (h) واحد

می‌کند که $h_i, i = 1, \dots, M_t$ ضرایب شکل‌دهی ارسال و N تعداد نمونه‌های شکل موج ارسالی است. بنابراین، بردار سیگنال ارسالی در فرستنده در لحظه n م برابر است با:

$$\mathbf{h}s(n), n = 1, \dots, N \quad (1)$$

سیگنال دریافتی در موقعیت زاویه‌ای θ برابر است با:

$$\mathbf{a}_t(\theta)^T \mathbf{h}s(n), n = 1, \dots, N \quad (2)$$

که، $\mathbf{a}_t(\theta) = [e^{j2\pi f_0 \tau_1(\theta)}, e^{j2\pi f_0 \tau_2(\theta)}, \dots, e^{j2\pi f_0 \tau_{M_t}(\theta)}]^T$ بردار هادی^۱ آرایه آنتن ارسال و f_0 فرکانس حامل است. عملگر $(\cdot)^T$ نشان‌دهنده ترانپوز است. $\tau_m(\theta)$ زمان مورد نیاز برای رسیدن سیگنال ارسالی از عنصر m م آرایه ارسالی به هدف واقع شده در زاویه θ است. برای آرایه خطی یکنواخت با فاصله عناصر نصف طول موج ارسالی $\mathbf{a}_t(\theta)$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathbf{a}_t(\theta) = [1, e^{-j\pi \sin(\theta)}, \dots, e^{-j\pi(M_t-1)\sin(\theta)}] \quad (3)$$

فرض می‌شود یک هدف نقطه‌ای در زاویه θ_0 ، و همچنین تعداد Q منبع تداخل کننده وابسته به سیگنال در زوایای $\theta_j, j = 1, \dots, Q$ و $\theta_j \neq \theta_0$ قرار داشته باشند. بنابراین، سیگنال باند پایه دریافتی در آرایه گیرنده و در لحظه $n = 1, \dots, N$ برابر است با:

$$\mathbf{y}(n) = a_0 \mathbf{a}_r(\theta_0) \mathbf{a}_t(\theta_0)^T \mathbf{h}s(n) + \sum_{j=1}^Q a_j \mathbf{a}_r(\theta_j) \mathbf{a}_t(\theta_j)^T \mathbf{h}s(n) + \mathbf{v}(n) \quad (4)$$

که در آن، a_0 و a_j به ترتیب دامنه مختلط سیگنال بازگشتی از هدف و تداخل زأم است و شامل افت‌های مسیر، سطح مقطع راداری و دیگر افت‌های قبل از ورود سیگنال به گیرنده است. بردار هادی آرایه گیرنده است. برای آرایه خطی یکنواخت با فاصله عناصر نصف طول موج دریافتی، $\mathbf{a}_r(\theta)$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathbf{a}_r(\theta) = [1, e^{-j\pi \sin(\theta)}, \dots, e^{-j\pi(M_r-1)\sin(\theta)}]^T \quad (5)$$

در رابطه (۴)، بردار نویز گوسی سفید جمع‌شونده است. همچنین ضرایب بازتاب از منابع تداخل کننده $a_j, j = 1, \dots, Q$ به صورت دوبه‌دو ناهمبسته با میانگین صفر و واریانس a_j^2 فرض می‌شوند. سیگنال دریافتی در هر کدام از المان‌های گیرنده از

$$\Lambda_t = \sum_{j=1}^Q \text{INR}_j \mathbf{A}(\theta_j)^H \Phi \mathbf{A}(\theta_j) + \mathbf{I}_{M_t} \quad (14)$$

مسئله بهینه‌سازی در (۱۲) در حالت کلی نامحدب است لذا، برای حل مسئله فوق از یک الگوریتم تریبی استفاده می‌کنیم. همچنین فرض می‌کنیم که در نهایت از یک بردار یکسان در ارسال و دریافت پرتو استفاده می‌کنیم، یعنی $\Phi = \Omega$ است. این کار پیچیدگی سامانه را بسیار کاهش می‌یابد. به‌رحال، روش کار بدین‌صورت است که در ابتدا یک Φ_0 تصادفی به مسئله بهینه‌سازی داده می‌شود. حال مسئله بهینه‌سازی فقط برای Ω حل خواهد شد. برای حل این مسئله از تبدیل چارنر-کوپر [۱۶] استفاده می‌کنیم. البته برای حل مسئله نامحدب رابطه (۱۲) می‌توان از روش حل بهینه‌سازی شبه‌محدب نیز استفاده کرد [۱۳] اما چون در حل مبتنی بر شبه‌محدب پیچیدگی مسئله بسیار بیشتر خواهد بود، لذا در این مقاله از این روش استفاده نشده است. فرض کنید که $\Gamma = u\Omega$ باشد که u یک مقدار حقیقی مثبت است. آن‌گاه مسئله نامحدب در رابطه (۱۲) به یک مسئله محدب به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} \max_{\Gamma, u} \text{tr}(\Lambda_t \Gamma) \\ \text{s. t. } \text{tr}(\Lambda_t \Gamma) = 1^T, \\ \Gamma > 0, \quad \text{diag}(\Gamma) = \frac{u \mathbf{1}^T}{\sqrt{M_t}} \end{cases} \quad (15)$$

فرض کنید که Γ^* و u^* جواب‌های بهینه مسئله بهینه‌سازی محدب (۱۵) باشند، آن‌گاه جواب بهینه مسئله نامحدب (۱۲) برابر است با

$$\Omega^* = \frac{\Gamma^*}{u^*} \quad (16)$$

حال با توجه به فرض ارسال و دریافت یکسان، Φ را با Ω^* به‌روز می‌کنیم و مجدد مسئله (۱۲) را با استفاده از مسئله بهینه‌سازی (۱۵) حل می‌کنیم تا مقدار جدید Ω^* محاسبه شود. در هر مرحله از تکرار مقدار نسبت سیگنال به نویز به‌علاوه تداخل با استفاده از رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود. این روند تا زمانی تکرار می‌شود که نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز نسبت به مرحله قبل بهبود چندانی نداشته باشد یا اختلاف آن‌ها از یک مقدار تعیین شده کوچک δ ، کوچک‌تر باشد. در نهایت با استفاده از تکنیک تصادفی‌سازی بردار h از روی Ω به‌دست آمده از آخرین تکرار و بردار w از روی Ω به‌دست آمده از مرحله یکی مانده به آخر محاسبه می‌شوند. الگوریتم ۱ خلاصه روش پیشنهادی برای طراحی توأم بردار ارسال و دریافت پرتو است. توجه شود که در عمل نسبت سیگنال به تداخل منفی وجود ندارد، لذا ما برای

است. قید دوم که قید اصلی مسئله است، قید پوش ثابت است که بر روی h اعمال می‌شود، این یعنی دامنه ضرایب بردار شکل‌دهی ارسال با یکدیگر مساوی هستند و تنها در فاز با یکدیگر تفاوت دارند. توجه شود که رادار آرایه فازی متداول نیز این‌چنین است، یعنی سیگنال‌های ارسالی از آرایه‌های آرایه نسبت به یکدیگر فقط اختلاف فاز دارند و دامنه آن‌ها با همدیگر برابر است. ولی این فازها در حضور تداخل بهینه نخواهند بود. با در نظر گرفتن این نکته که $|\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{h}|^2$ یک مقدار اسکالر است، خواهیم داشت:

$$|\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{h}|^2 = \text{tr}(\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{h} \mathbf{h}^H \mathbf{A}(\theta_0)^H \mathbf{w}) \quad (9)$$

که در آن، $\text{tr}(\mathbf{A})$ رد^۱ ماتریس \mathbf{A} را نشان می‌دهد. با استفاده از رابطه $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$ و با فرض $\Phi = \mathbf{w} \mathbf{w}^H$ و $\Omega = \mathbf{h} \mathbf{h}^H$ خواهیم داشت:

$$|\mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_0) \mathbf{h}|^2 = \text{tr}(\mathbf{A}(\theta_0)^H \Phi \mathbf{A}(\theta_0) \Omega) \quad (10)$$

از طرفی چون $\mathbf{w}^H \mathbf{w}$ یک مقدار اسکالر است و $\text{tr}(\mathbf{h} \mathbf{h}^H) = 1$ می‌توان نوشت $\text{tr}(\mathbf{w}^H \mathbf{w}) = \text{tr}(\mathbf{w}^H \mathbf{w} \mathbf{h} \mathbf{h}^H)$ بنا بر این، مخرج رابطه (۷) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} & \mathbf{w}^H \mathbf{R}_m \mathbf{w} \\ &= \text{tr} \left(\sum_{j=1}^Q \text{INR}_j \mathbf{A}(\theta_j)^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{A}(\theta_j) \mathbf{h} \mathbf{h}^H + \mathbf{w}^H \mathbf{w} \mathbf{h} \mathbf{h}^H \right) \end{aligned}$$

اکنون با توجه به رابطه فوق و رابطه (۱۰) رابطه SINR در (۷) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\text{SINR} = \frac{\text{SNR} \times \text{tr}(\mathbf{A}(\theta_0)^H \Phi \mathbf{A}(\theta_0) \Omega)}{\text{tr} \left(\left(\sum_{j=1}^Q \text{INR}_j \mathbf{A}(\theta_j)^H \Phi \mathbf{A}(\theta_j) + \mathbf{I}_{M_t} \right) \Omega \right)} \quad (11)$$

که \mathbf{I}_{M_t} یک ماتریس همانی با بعد M_t است. با اعمال قیدها، مسئله بهینه‌سازی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

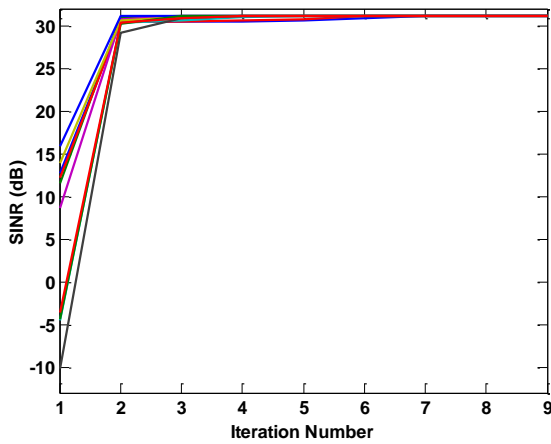
$$\begin{cases} \max_{\Phi, \Omega} \frac{\text{tr}(\Lambda_t \Omega)}{\text{tr}(\Lambda_t \Omega)} \\ \text{s. t. } \Omega > 0, \text{diag}(\Omega) = \frac{\mathbf{1}^T}{\sqrt{M_t}} \end{cases} \quad (12)$$

که در آن، $\mathbf{1}^T$ یک بردار با درایه‌های تمام یک است و با توجه به رابطه (۱۱) ماتریس‌های Λ_t و Λ_l به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\Lambda_t = \mathbf{A}(\theta_0)^H \Phi \mathbf{A}(\theta_0) \quad (13)$$

شبه‌سازی اول برای نشان دادن همگرایی روش پیشنهادی به ازای مقادیر اولیه متفاوت Φ_0 است. فرض می‌شود یک هدف در زاویه صفر درجه با نسبت سیگنال به نویز 20dB و سه منبع تداخل وابسته به سیگنال نیز در زوایای 40-، 25 و 54 درجه با

نسبت تداخل به نویز 30dB قرار دارند. شکل (۱)، نشان‌دهنده همگرایی روش پیشنهادی برای ۱۰ مقدار اولیه Φ_0 تصادفی است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود به ازای همه مقادیر مختلف Φ_0 ، روش پیشنهادی به حداکثر SINR قابل دستیابی خود همگرا می‌شود. همچنین در این شکل دیده می‌شود که این الگوریتم حداکثر به ۷ تکرار برای همگرا شدن به مقدار نهایی خود نیاز دارد. البته این نتیجه حاصل ۱۰۰ بار تکرار الگوریتم است، اما برای جلوگیری از نامفهوم شدن شکل، نتایج تنها برای ۱۰ تا از آن‌ها آورده شده است.



شکل (۱): همگرایی روش پیشنهادی به ازای مقادیر مختلف Φ_0

در شکل ۲، SINR به دست آمده برحسب تابعی از SNR برای الگوریتم پیشنهادی و سه روش دیگر رسم شده است. در اینجا فرضیات شبه‌سازی همانند فرضیات شکل (۱) است. همان‌طور که در این شکل مشخص است روش پیشنهادی، روش [۱۵] و CPA نتایج یکسانی دارند، اما رادار MIMO ارائه شده در [۱۰] و 2.85dB افت SINR نسبت به سه روش دیگر دارد. در واقع تا زمانی که تعداد تداخل‌کننده‌ها از تعداد آنتن‌های آرایه کمتر باشد می‌توان با رادار آرایه فازی CPA بدون تغییر در دامنه سیگنال‌ها به بازدهی روش‌های دیگر رسید، یعنی استفاده از روش پرهزینه‌تر [۱۵] ضرورتی ندارد. روش پیشنهادی مانند CPA تنها با شیفت فاز توانسته است به بازدهی روش [۱۵] برسد.

به منظور بررسی حساسیت الگوریتم ارائه شده نسبت به تغییر توان تداخل‌کننده‌ها شبه‌سازی شکل (۲) برای $INR = 10$ dB تکرار شده و نتایج به شرح زیر است. در $SNR = 10$ dB، مقادیر SINR برای الگوریتم پیشنهادی، CPA، آرایه فعال [۱۵] و رادار MIMO [۱۰] به ترتیب 21.33 dB، 21.29 dB، 21.4 dB

اینکه الگوریتم در تکرارهای دو به بعد همگرایی داشته باشد، مقدار اولیه نسبت سیگنال به تداخل را منفی یک در نظر گرفته‌ایم.

در [۱۵]، نشان داده شده است که روش‌های مبتنی بر تکرار دارای جواب بهتری نسبت به روش‌های مبتنی بر یافتن ماکزیمم محلی هستند، اما در حالت کلی، تضمینی برای همگرایی این الگوریتم‌ها به ماکزیمم عمومی وجود ندارد. در شبه‌سازی‌ها خواهیم دید که الگوریتم پیشنهادی در چندین مرحله به ازای نقاط مختلف اولیه برای Φ همگرا می‌شود. پیچیدگی روش پیشنهادی تقریباً از مرتبه $O(M_t^{3.5})$ است که مربوط به حل مسئله بهینه‌سازی (۱۵) است.

الگوریتم ۱: طراحی \mathbf{h} و \mathbf{w}

Input: $\theta_0, \theta_j, j = 1, \dots, Q, SINR^{(0)} = -1$ and randomly Φ_0

Output: \mathbf{h}, \mathbf{w}

Set: $k=0$ and $\Phi_1 = \Phi_0$

1: Compute Γ_k using (15)

2: Compute Ω_k using (16)

3: Compute $SINR^{(k)}$ using (11)

5: Set $\Phi_k = \Omega_k$

6: $k=k+1$

7: Repeat step 1- step 6

8: Until $(SINR^{(k)} - SINR^{(k-1)})/SINR^{(k-1)} < \delta$

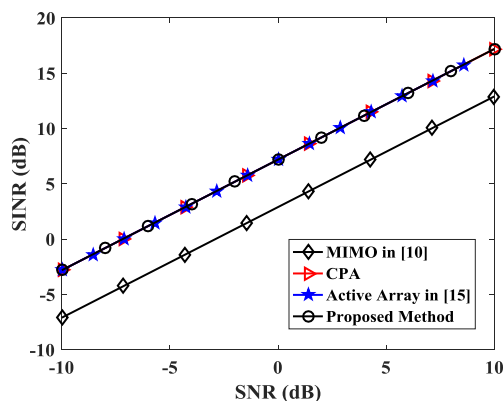
9: Using randomization calculate \mathbf{h} from Ω_k

10: Using randomization calculate \mathbf{w} from Ω_{k-1}

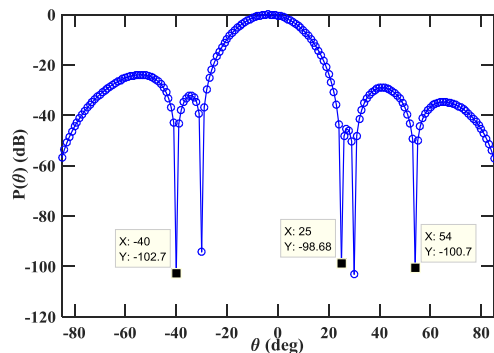
۴- نتایج شبه‌سازی

در این قسمت، برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی چند شبه‌سازی انجام شده است. برای نشان دادن کارایی روش ارائه شده در این مقاله، نتایج شبه‌سازی با رادار آرایه فازی متداول (CPA)، رادار فعال ارائه شده در [۱۵] و رادار چند ورودی چند خروجی پیشنهاد شده در [۱۰] مقایسه شده است. در تمام شبه‌سازی‌ها فرض بر این است که آرایه آنتن‌های فرستنده و گیرنده خطی بوده و فاصله بین المان‌های آن‌ها نصف طول موج است. در تمام شبه‌سازی‌ها تعداد آنتن‌های فرستنده و گیرنده یکسان و برابر با چهار ($M_t = M_r = 4$) فرض و پارامتر $\delta = 0.01$ در نظر گرفته شده است.

همانطور که در این شکل مشخص است الگوی آنتن‌های ارسال و دریافت در زوایای منابع تداخل کننده بیش از 98 dB افت نسبت به زاویه هدف ایجاد می‌کند. بنابراین به صورت شهودی می‌توان دریافت که الگوریتم پیشنهادی به خوبی منابع تداخل کننده را حذف می‌کند.



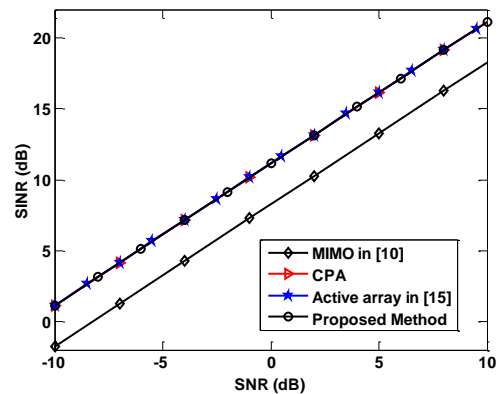
شکل (۳): مقایسه SINR به دست آمده برای هدف واقع در صفر درجه و سه منبع تداخل وابسته به سیگنال در زوایای 40، 25 و 54 درجه با خطای تخمین جهت تداخل کننده‌ها ± 2 درجه



شکل (۴): الگوی آنتن‌های ارسال و دریافت برای هدف واقع در صفر درجه و سه منبع تداخل وابسته به سیگنال در زوایای 40، 25 و 54 درجه

از دیگر ضعف‌های رادار آرایه فازی متداول درجه آزادی کم نسبت به دیگر رادارهای آرایه‌ای است. اگر تعداد آنتن‌های رادار آرایه فازی M_t باشد، آن‌گاه طبق مفهوم Co-array، این رادار حداکثر می‌تواند $M_t - 1$ تداخل را به صورت هم‌زمان حذف کند، در حالی که با تغییر در نوع ارسال می‌توان تا $2M_t - 2$ تداخل را با آرایه خطی یکنواخت حذف کرد. البته درجه آزادی $2M_t - 2$ با تغییر دامنه سیگنال‌های ارسالی از آنتن‌های آرایه در روش [۱۵] حاصل شده است و در رادار MIMO با ارسال شکل موج‌هایی با ماتریس کوواریانس مرتبه کامل درجه آزادی $2M_t - 2$ به دست می‌آید. به همین منظور شبیه‌سازی‌های شکل‌های (۷-۵) برای مقایسه این روش‌ها در حذف تعداد تداخل‌های مختلف انجام شده است. برای این شبیه‌سازی‌ها

با مقایسه این نتایج با نتایج شکل (۲) 18.32 dB ثابت شد. می‌توان گفت که داشتن توان تداخل کننده‌ها عملاً تاثیر چندانی روی عملکرد الگوریتم‌ها ندارد.

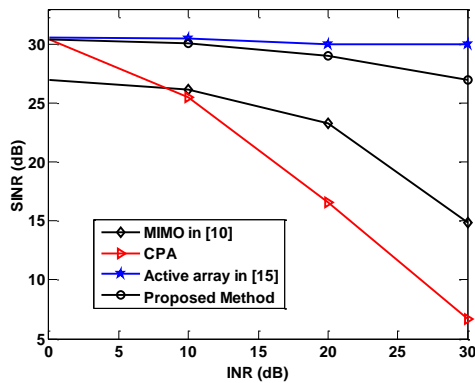


شکل (۲): مقایسه SINR به دست آمده برای هدف واقع در صفر درجه و سه منبع تداخل وابسته به سیگنال در زوایای 40، 25 و 54 درجه

از دیگر مشکلات رادار آرایه فازی عدم ثبات در بازدهی سامانه به ازای مکان‌های مختلف تداخل کننده‌ها است. زیرا در رادار آرایه فازی متداول هدف تمرکز تنها در محل هدف است و در فرستنده تداخل کننده‌ها در نظر گرفته نمی‌شوند و لذا، CPA بهینه نخواهد بود، در حالی که روش ما و روش [۱۵] طراحی توأم ارسال و دریافت توان را انجام می‌دهند بنابراین بهینه‌تر خواهند بود.

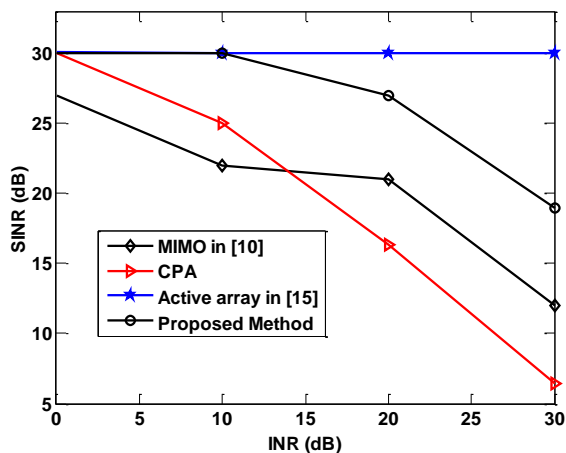
به منظور بررسی حساسیت الگوریتم پیشنهادی نسبت به خطای تخمین جهت تداخل کننده‌ها فرض می‌شود جهت منابع تداخل کننده با خطای ± 2 درجه تخمین زده شود. با این فرض، شبیه‌سازی شکل ۲ تکرار شده و نتایج در شکل (۳) آمده است. با توجه به این شکل مشخص است که با خطای تخمین ± 2 درجه در جهت تداخل کننده‌ها و در $SNR = 10$ dB الگوریتم پیشنهادی، CPA و آرایه فعال [۱۵]، 3.96 dB افت در حالی که رادار MIMO [۱۰]، 5.3 dB افت نسبت به شکل (۲) (تخمین جهت تداخل کننده‌ها بدون خطا) متحمل شده‌اند. به عبارت دیگر در حالی که روش پیشنهادی ما، دارای پوش ثابت است اما به اندازه روش ارائه شده در [۱۵] که دارای درجه آزادی دامنه است، نسبت به خطای تخمین جهت تداخل کننده‌ها دچار افت در SINR شده است.

برای درک بهتر عملکرد الگوریتم ارائه شده در حذف منابع تداخل و با فرضیات شبیه‌سازی شکل (۲)، الگوی آنتن‌های ارسال و دریافت با استفاده از صورت کسر رابطه (۷) و یا رابطه (۱۱) در شکل (۴) رسم شده است. در این شکل $p(\theta) = |w^H A(\theta_0)h|^2$ بر حسب زاویه سمت θ رسم شده است.



شکل (۶): مقایسه بازدهی SINR در حضور پنج تداخل‌کننده با افزایش توان تداخل‌کننده‌ها (مقایسه درجه آزادی)

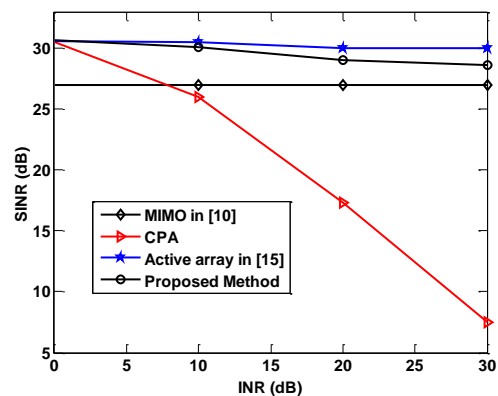
شکل (۷) تکرار شبیه‌سازی شکل (۶-۵) است با این تفاوت که هر شش تداخل‌کننده در محیط حضور دارند. در این شکل دیده می‌شود که روش پیشنهادی دارای بازدهی بسیار بهتری نسبت به رادار آرایه‌فازی و رادار MIMO ارائه شده در [۱۰] است. با توجه به این‌که روش پیشنهادی دارای درجه آزادی کمتری نسبت به روش نامقید (دامنه ضرایب پرتو هر مقداری می‌تواند باشد) است، مطابق انتظار روش پیشنهادی ما نیز دچار افت بازدهی شده است. اما باید به این نکته مهم توجه کرد که روش پیشنهادی ما، تنها با تغییر فاز سیگنال‌های ارسالی به این بازدهی رسیده که در عمل بسیار مهم است، زیرا پیاده‌سازی یک سامانه راداری تنها با شیفت‌دهنده بسیار ساده‌تر از یک سامانه راداری با ترکیب شیفت‌دهنده و تقویت‌کننده‌های توانی است. همچنین در ساختار ارائه‌شده مسیرهای رادیویی می‌توانند یکسان باشند که، اثرات تزویج متقابل نیز قابل کنترل‌تر خواهد بود. در تمام شبیه‌سازی‌ها دامنه ضرایب شکل‌دهی موج در روش پیشنهادی ۰/۵ است، لذا نتایج آن رسم نشده است.



شکل (۷): مقایسه بازدهی SINR در حضور شش تداخل‌کننده با افزایش توان تداخل‌کننده‌ها (مقایسه درجه آزادی)

هدفی با نسبت سیگنال به نویز ۲۰ dB در زاویه صفر درجه و همچنین شش تداخل‌کننده در زوایای ۱۹-، ۲۵-، ۴۱-، ۳۸-، ۶۳-، ۷۴ درجه فرض شده است.

در شکل (۱۵) فرض می‌شود که چهار تداخل اول لیست بالا در محیط راداری قرار داشته باشند. این تعداد تداخل‌کننده یک عدد از توانایی رادار آرایه‌فازی متداول با چهار آنتن فرستنده و گیرنده بیشتر است، بنابراین انتظار می‌رود که با افزایش توان تداخل‌کننده‌ها SINR این رادار کاهش یابد. شکل (۵) نیز به خوبی نشان می‌دهد که بازدهی رادار آرایه‌فازی متداول کاهش یافته است. همچنین در این شکل دیده می‌شود که روش پیشنهادی ما با دقت زیادی به روش غیر پوش ثابت [۱۵] نزدیک شده است، بنابراین، می‌توان گفت، با وجود این‌که روش پیشنهادی از پوش ثابت استفاده می‌کند اما توانسته است چهار تداخل‌کننده را به خوبی حذف کند. رادار MIMO در [۱۰] نیز توانسته است که بازدهی خود را درحالی‌که توان تداخل‌کننده‌ها افزایش می‌یابد حفظ کند. اما چون طراحی این رادار بهینه نیست، در کل بازدهی آن کمتر از روش پیشنهادی و روش ارائه شده در [۱۵] است.



شکل (۵): مقایسه بازدهی SINR در حضور چهار تداخل‌کننده با افزایش توان تداخل‌کننده‌ها (مقایسه درجه آزادی)

شکل (۶)، تکرار شبیه‌سازی شکل (۵) با پنج تداخل‌کننده اول از لیست مذکور است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، روش پیشنهادی تقریباً توانسته است با چهار آنتن، پنج تداخل‌کننده را حذف کند، ولی رادار آرایه‌فازی و رادار MIMO در [۱۰] نتوانسته‌اند بازدهی خود را حفظ کنند. علت افت بازدهی رادار MIMO در [۱۰]، این است که این رادار از حداکثر مرتبه ماتریس کوواریانس استفاده نمی‌کند و مرتبه ماتریس کوواریانس آن به‌ازای هر تعداد آنتن فرستنده، دو است زیرا هدف آن تمرکز توان بوده، بنابراین، با چهار آنتن نمی‌تواند در مقابل پنج تداخل‌کننده مقاومت کند.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، الگوریتمی برای طراحی توأم بردار شکل‌دهی پرتو ارسال و دریافت توان به‌منظور بیشینه کردن نسبت توان سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز در حضور چندین تداخل‌کننده وابسته به سیگنال در رادار آرایه‌ای ارائه شده است. در روش پیشنهادی قید هم دامنه بودن (پوش ثابت) ضرایب شکل‌دهی بردار ارسال توان در طراحی اعمال شده است. معیار طراحی توأم بردار ارسال و دریافت توان، حداکثر کردن نسبت سیگنال به تداخل به‌علاوه نویز در نظر گرفته شده است. برای حل مسئله یک الگوریتم تکراری ارائه شده است که در هر مرحله از تکرار خود یک مسئله بهینه‌سازی محدب را حل می‌کند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که می‌توان با اعمال قید پوش ثابت به بازدهی سامانه‌های راداری بدون قید، با دقت بسیاری زیادی نزدیک شد و اینکه رادار آرایه فازی متداول (این رادار نیز پوش ثابت است) در حضور تداخل‌کننده‌ها بهینه نیست.

۶- منابع

- [7] P. Stoica, J. Li, and X. Zhu, "Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 6, pp. 2593–2598, June 2008.
- [8] S. Ahmed, J. Thompson, Y. Petillot, and B. Mulgrew, "Finite alphabet constant-envelope waveform design for MIMO radar," *Signal Processing*, *IEEE Transactions on*, vol. 59, no. 11, pp. 5326–5337, Nov. 2011.
- [9] S. Jardak, S. Ahmed, and M. Alouini, "Generation of correlated finite alphabet waveforms using Gaussian random variables," pp. 1–1, 2014.
- [10] S. Ahmed and M.-S. Alouini, "MIMO-radar waveform covariance matrix for high SINR and low side-lobe levels," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 8, pp. 2056–2065, Jan. 2014.
- [11] S. Imani, S. A. Ghorashi, and M. Bolhasani, "SINR maximization in colocated MIMO radars using transmit covariance matrix," *Signal Processing*, vol. 119, no. in Press, pp. 128–135, Aug. 2015.
- [12] G. Cui, H. Li, and M. Rangaswamy, "MIMO radar waveform design with constant modulus and similarity constraints," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 2, pp. 343–353, Jan. 2014.
- [13] S. Imani and S. A. Ghorashi, "Sequential quasi-convex-based algorithm for waveform design in colocated multiple-input- multiple-output radars," *IET Signal Processing*, vol. 10, no. 3, pp. 309–317, May 2016.
- [14] S. Imani and S. Ghorashi, "Transmit signal and receive filter design in co-located mimo radar using a transmit weighting matrix," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 22, no. 10, pp. 1521–1524, Oct. 2015.
- [15] J. Liu, H. Li, and B. Himed, "Joint optimization of transmit and receive beamforming in active arrays," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 21, no. 1, pp. 39–42, Jan. 2014.
- [16] S. Boyd and L. Vandenberghe, "Convex Optimization," New York, Cambridge university press, 2004.
- [17] A. De Maio, S. De Nicola, Y. Huang, Z.-Q. Luo, and S. Zhang, "Design of phase codes for radar performance optimization with a similarity constraint," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, no. 2, pp. 610–621, Feb. 2009.
- [18] A. De Maio, Y. Huang, M. Piezzo, S. Zhang, and A. Farina, "Design of optimized radar codes with a peak to average power ratio constraint," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 6, pp. 2683–2697, June 2011.
- [1] J. Li and P. Stoica, "MIMO Radar Signal Processing," New York, NY, USA: Wiley, 2009.
- [2] S. A. Moghaddasi, H. Khaleghi, and M. Fallah, "Beam pattern design in phased MIMO radars for known target locations," *Journal of Radar*, vol. 3, no. 4, pp. 25-32, 2016 (in Persian).
- [3] J. Yang, Z. Qiu, W. Jiang, and X. Li, "Poly-phase codes optimization for multi-input-multioutput radars," *Signal Processing, IET*, vol. 7, no. 2, pp. 93–100, April 2013.
- [4] J. Lipor, S. Ahmed, and M.-S. Alouini, "Fourier-based transmit beampattern design using MIMO radar," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 9, pp. 2226–2235, May 2014.
- [5] S. Ahmed, J. Thompson, Y. Petillot, and B. Mulgrew, "Unconstrained synthesis of covariance matrix for MIMO radar transmit beampattern," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 8, pp. 3837–3849, Aug. 2011.
- [6] D. Fuhrmann and G. San Antonio, "Transmit beamforming for MIMO radar systems using signal cross-correlation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 44, no. 1, pp. 171–186, January 2008.

SINR Improvement in the Array Radar Using the Joint Design of Transmit-and-Receive Beamforming Vectors

S. Imani, M. M. Nayebi^{*}, M. Rashid, R. Khosravi

Sharif University of Technology

(Received: 22/05/2017, Accepted: 12/09/2018)

Abstract

In this paper, the problem of joint optimization of transmit–and–receive Beamforming vectors in array radar is considered. Here, our goal is to maximize the signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR) for a point like target in the presence of multiple signal dependent interferences. Therefore, we propose an iterative algorithm, which is based on the convex optimization solution and in each iteration of it, the constrained transmit beamformer is designed by a relaxation and randomization technique. In addition to power constraint, the constant envelop constraint on the transmit beamformer is considered which is important in practice. Simulation results show that the proposed method is able to achieve a higher SINR in comparison with the conventional phased array radar. It is also possible to get close to the performance of non-constrained method by considering the constant envelop constraint.

Keywords: Active Array Radar, Multiple-Input Multiple-Output Radar, SINR, Beamforming Vector

^{*} Corresponding author E-mail: nayebi@sharif.edu