

سرکوب جمینگ نویزی با استفاده از تبدیل فاز - چند جمله‌ای گسسته در رادارهای پالسی

سجاد صادقی^۱، عباس شیخی^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، ۲- استاد، دانشگاه شیراز

(دریافت: ۹۵/۰۵/۰۵؛ پذیرش: ۹۵/۱۲/۱۵)

چکیده

این مقاله مبتنی بر تبدیل فاز- چند جمله‌ای گسسته، روشی برای سرکوب سیگنال جمر نویزی FM با فاز چند جمله‌ای در رادارهای پالسی ارائه می‌دهد. در گام اول تبدیل DPT برای تخمین ضرایب فاز چند جمله‌ای و دامنه سیگنال جمر استفاده شده است. در گام دوم سیگنال جمر توسط دامنه و فاز تخمین زده شده، بازسازی و سپس از سیگنال برگشتی کم شده تا سیگنال جمر نویزی به صورت موثری سرکوب گردد. میانگین مربع خطای تخمین (MSE) و CRLB برای ضرایب چند جمله‌ای و دامنه سیگنال جمر، ناشی از حضور توام سیگنال اهداف و نویز گیرنده برای حالتی که سیگنال جمر دارای مدولاسیون فرکانسی خطی (LFM) می‌باشد به صورت تئوری محاسبه و صحت معادلات تئوری مشتق شده توسط نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو، نشان داده شده است. آنالیز عملکرد و نتایج شبیه‌سازی در آشکارسازی اهداف توانایی الگوریتم ارائه شده را در سرکوب جمر تایید کرده است.

واژگان کلیدی

نویز FM، جمینگ، تبدیل فاز - چند جمله‌ای گسسته، میانگین مربع خطا

۱- مقدمه

نویز با مدوله فرکانسی^۱ یکی از روش‌های مهم و موثر جمینگ فعال در حمله الکترونیکی^۲ به شمار می‌آید [۱-۲]. به خاطر پهن باند بودن سیگنال این نوع جمر و تولید آسان آن، در بسیاری از موارد علیه رادارها و گیرنده‌های مخابراتی به عنوان جمینگ رگباری استفاده می‌شود. نویز FM می‌تواند به صورت همزمان بر روی چندین رادار باریک باند و یا رادارهایی با چابکی فرکانسی تاثیر بگذارد [۳]. رشد و توسعه روش‌های ایجاد تداخل باعث شده است که توان سیگنال دریافتی جمر نویزی درگیرنده رادار بسیار بیشتر از توان دریافتی از اکوهای برگشتی ناشی از اهداف باشد که این امر منجر به کاهش احتمال آشکارسازی اهداف می‌شود. استفاده از یک الگوریتم مناسب برای تخمین پارامترهای سیگنال جمر و حذف آن می‌تواند به آشکارسازی اهداف کمک شایانی کند.

در [۴] یک روش به نام تبدیل لگاریتمی برای تخمین دامنه و فاز سیگنال نویز FM در حضور اکوهای بازگشتی و نویز گیرنده ارائه شده است. یکی از مزیت‌های روش تبدیل لگاریتمی این است که برای فاز سیگنال جمر محدودیتی مانند چند جمله‌ای بودن فاز قرار نداده است و سیگنال فاز را یک فرایند آماری با میانگین صفر در نظر گرفته است. در [۵-۶] یک روش موثر به نام Dicke-Fix

برای سرکوب نویز FM بیان شده است. این روش برای رادارهای باریک باند به خوبی عمل می‌کند ولی اگر رادارها پهن باند باشند این روش بی‌اثر می‌شود [۷].

یکی از روش‌های تخمین پارامترهای سیگنال‌هایی با فاز چند جمله‌ای در حضور نویز گوسی، با عنوان تبدیل فاز- چند جمله‌ای گسسته^۳ در [۸] بیان گردیده است. در این مرجع مدل سیگنال مختلط نمونه برداری شده به صورت $s(n) = b_0 \exp\{j \sum_{m=0}^M a_m (n\Delta)^m\}$ در نظر گرفته شده و در آن به تحلیل آماری پارامترهای تخمین زده شده به صورت تئوری پرداخته است. تحلیل آماری پارامترها در [۸] محدود به بالاترین ضریب فاز (a_M) و دامنه سیگنال (b_0) می‌باشد، و به دلیل پیچیده شدن مساله از تحلیل آماری ضرایب با مرتبه پایین تر صرف نظر شده است. در [۹] برای حالتی که M برابر با ۲ باشد که بیانگر سیگنال با مدوله فرکانسی خطی است، مربع میانگین خطا را برای کلیه پارامترها $\{b_0, a_2, a_1, a_0\}$ در حضور نویز گوسی سفید به دست آورده است.

ایده مقاله حاضر استفاده از DPT برای تخمین پارامترهای سیگنال‌هایی با فاز چند جمله‌ای به عنوان جمر، در حضور توام نویز گوسی مختلط گیرنده و سیگنال اهداف، در رادار پالسی می‌باشد، درحالی که در [۸-۹] از DPT صرفاً برای تخمین پارامترهای سیگنال‌هایی با فاز چند جمله‌ای در حضور نویز گوسی استفاده

*رایانامه نویسنده مسئول: sheikhi@shirazu.ac.ir

^۱ Frequency Modulated (FM)^۲ Electronic Attack (EA)^۳ Discrete Polynomial-Phase Transform (DPT)

۳- تبدیل فاز - چند جمله‌ای گسسته [۸]

سیگنال $y(n)$ را در نظر بگیرید که دارای دامنه ثابت و فاز چند جمله‌ای باشد. اگر $M\tau$ اعداد صحیح و مثبت در نظر گرفته شوند آن‌گاه عملگر DP به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} DP_1[y(n), \tau] &= y(n) \\ DP_2[y(n), \tau] &= y(n)y^*(n - \tau) \\ DP_M[y(n), \tau] &= DP_2[DP_{M-1}[y(n), \tau], \tau] \end{aligned} \quad (۶)$$

که $M\tau$ به ترتیب پارامتر تاخیر و مرتبه عملگر می‌باشند. رابطه زیر عملگر DP از مرتبه M را به گونه‌ای دیگر نشان می‌دهد که در ادامه از آن استفاده خواهد شد [۸].

$$DP_M[y(n), \tau] = \prod_{q=0}^{M-1} [y^{*q}(n - q\tau)]^{(M-1)} \quad (۷)$$

که:

$$y^{*q}(n) = \begin{cases} y(n), & q \text{ even} \\ y^*(n), & q \text{ odd} \end{cases} \quad (۸)$$

در نظر بگیرید $y(n)$ یک سیگنال با فاز چند جمله‌ای از درجه M باشد به طوری که:

$$y(n) = Ae^{j\sum_{m=0}^M a_m(n\Delta)^m}, 0 \leq n \leq N - 1 \quad (۹)$$

که در آن a_m ها حقیقی و Δ بیانگر زمان نمونه برداری می‌باشد. در [۸] نشان داده شده است که برای تمام اعداد صحیح τ عبارت زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} DP_M[y(n), \tau] &= \exp\{j(w_0 n\Delta + \varphi_0)\}, \\ (M - 1)\tau &\leq n \leq N - 1 \end{aligned} \quad (۱۰)$$

همان‌طور که از رابطه (۱۰) مشخص است اگر عملگر با مرتبه M به یک سیگنال با فاز چند جمله‌ای با همان درجه اعمال شود آن‌گاه خروجی آن یک سینوسی خالص خواهد بود که فرکانس و فاز آن به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$w_0 = M! (\tau\Delta)^{M-1} a_M \quad (۱۱)$$

$$\varphi_0 = (M - 1)! (\tau\Delta)^{M-1} a_{M-1} - 0.5(M - 1)M! (\tau\Delta)^M a_M \quad (۱۲)$$

با توجه به رابطه (۱۱) با تخمین w_0 می‌توان a_M را تخمین زد. عملگر DPT از مرتبه M تبدیل فوریه‌ی گسسته زمان $DP_M[y(n), \tau]$ تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} DPT_M[y(n), w, \tau] &= \sum_{m=(M-1)\tau}^{N-1} DP_M[y(n), \tau] e^{-jwn\Delta} \end{aligned} \quad (۱۳)$$

بنابراین، زمانی که مرتبه عملگر و درجه فاز چند جمله‌ای برابر

شده است. در این مقاله در گام اول با استفاده از DPT پارامترهای سیگنال جمر تخمین زده می‌شود. در گام دوم توسط پارامترهای تخمین زده شده، سیگنال جمر بازسازی شده و از سیگنال دریافتی کم می‌شود تا سیگنال نویز به صورت موثری سرکوب و به آشکارسازی اهداف کمک شود. همچنین $CRLB$ و مربع میانگین خطای تخمین برای کلیه پارامترهای سیگنال جمر LFM، ناشی از حضور توام سیگنال اهداف و نویز گیرنده، به صورت تئوری محاسبه شده و با شبیه‌سازی‌ها مقایسه می‌شوند. عملکرد روش DPT برای حذف سیگنال جمر در منحنی احتمال آشکارسازی نیز نشان داده شده است و عملکرد آن با روش تبدیل لگاریتمی ارائه شده در [۴] مقایسه می‌گردد. و در آخر با استفاده از شبیه‌سازی میزان سرکوب سیگنال جمر با فاز چند جمله‌ای از درجه‌های یک، دو و سه توسط روش DPT نشان داده می‌شود.

۲- مدل سازی مساله

سیگنال دریافتی نمونه برداری شده در گیرنده رادار که شامل اکوهای دریافتی از اهداف، نویز گیرنده و سیگنال جمر می‌باشد به صورت زیر مدل می‌شوند:

$$X(n) = S(n) + J(n) + W(n) \quad (۱)$$

که در آن، $W(n)$ نویز گوسی مختلط گیرنده رادار با توان σ_W^2 ، $S(n)$ سیگنال بازگشتی ناشی از اهداف و $J(n)$ سیگنال جمر به صورت زیر می‌باشند:

$$W(n) \sim CN(0, \sigma_W^2) \quad (۲)$$

$$J(n) = A_j e^{j\sum_{m=0}^M a_m(n\Delta)^m} \quad (۳)$$

$$S(n) = \sum_{k=1}^{N_t} A_k e^{j\varphi_k} P_{T_k}(n) \quad (۴)$$

$$P_{T_k}(n) = \begin{cases} P(n - T_k) & T_k \leq n \leq T_k + PW - 1 \\ 0 & \text{ow} \end{cases} \quad (۵)$$

N_t, T_k, Δ به ترتیب برابر با فاصله نمونه برداری، تاخیر ناشی از هدف k ام برحسب تعداد نمونه و تعداد اهداف موجود در بازه پردازشی هستند. φ_k, A_k, PW نیز به ترتیب نشان دهنده تعداد نمونه‌ها در عرض یک پالس، دامنه و فاز سیگنال هدف k ام می‌باشند. همچنین در این مقاله برای اهداف تموج رایلی در نظر گرفته شده است که بیانگر مدل‌های سوئرلینگ^۲ یک و دو است. در ادامه به معرفی تبدیل فاز - چند جمله‌ای گسسته پرداخته می‌شود.

^۱ Cramer Rao Lower Bound(CRLB)

^۲ Swerling Model

می‌شود. با فرض معلوم بودن مرتبه چند جمله‌ای فاز جمر، که برابر با M می‌باشد، ضرایب فاز سیگنال جمر و دامنه آن با توجه به مراحل زیر تخمین زده می‌شود:

مرحله (۱): با استفاده از (۱۶) مقدار τ انتخاب شده و a_M به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{a}_M = \frac{1}{M! (\tau\Delta)^{M-1}} \operatorname{argmax}_w \{ |DPT_M[x(n), w, \tau]| \} \quad (20)$$

مرحله (۲): دوباره با استفاده از (۱۶) مقدار τ انتخاب شده و a_{M-1} به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{a}_{M-1} = \frac{1}{(M-1)! (\tau\Delta)^{M-2}} \times \operatorname{argmax}_w \{ |DPT_{M-1}[x(n) \exp(-j(\hat{a}_M(n\Delta))^M), w, \tau]| \} \quad (21)$$

این روال را تا رسیدن به \hat{a}_1 ادامه داده تا اینکه در نهایت \hat{a}_1 به صورت زیر بدست آید:

$$\hat{a}_1 = \operatorname{argmax}_w \left\{ DPT_1 \left[x(n) \times \dots \exp \left(-j \left(\sum_{m=2}^M \hat{a}_m(n\Delta)^m \right) \right), w, \tau \right] \right\} \quad (22)$$

مرحله (۳): a_0 به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{a}_0 = \operatorname{phase} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp \left\{ -j \left(\sum_{m=1}^M \hat{a}_m(n\Delta)^m \right) \right\} \right\} \quad (23)$$

مرحله (۴): A_j را به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{A}_j = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp \left\{ -j \left(\sum_{m=0}^M \hat{a}_m(n\Delta)^m \right) \right\} \right| \quad (24)$$

مرحله (۵): فاز تخمین زده شده را به صورت $\hat{\theta}(n) = \sum_{m=0}^M \hat{a}_m(n\Delta)^m$ تشکیل داده و سپس سیگنال جمر را بازسازی و از سیگنال دریافتی کم کرده و در نهایت سیگنال بدست آمده با $x'(n)$ نشان داده می‌شود. $x'(n) = x(n) - \hat{A}_j e^{j\hat{\theta}(n)}$ سیگنال اصلاح شده شامل سیگنال نویز گیرنده و اکوهای بازگشتی از اهداف و باقیمانده سیگنال جمر است.

۵- تحلیل آماری تخمین ضرایب

در این بخش به تحلیل آماری کیفیت تخمین ضرایب فاز چند جمله‌ای و دامنه سیگنال جمر با مدولاسیون خطی پرداخته می‌شود. درحالی‌که سیگنال جمر دارای مدولاسیون فرکانسی خطی باشد چهار پارامتر برای بازسازی سیگنال جمر لازم است، که می‌توان آن‌ها را با توجه به روابط (۲۴-۲۰) تخمین زد. برای همه پارامترهای سیگنال جمر در ضمیمه نشان داده شده است که MSE ناشی از حضور توام سیگنال اهداف و نویز گیرنده برابر با

باشند آن‌گاه DPT_M دارای مولفه فرکانسی قوی در w_0 خواهد بود. با توجه به نرخ نایکویست رابطه زیر برای اجتناب از ابهام در تخمین a_M باید برقرار باشد:

$$|w_0| = M! (\tau\Delta)^{M-1} |a_M| \leq \frac{w_s}{2} \quad (14)$$

که در آن، $w_s = \frac{2\pi}{\Delta}$ برابر با نرخ نمونه‌برداری می‌باشد. با توجه به رابطه بالا شرایط زیر برقرار است.

$$|a_M| \leq \frac{\pi}{M! \tau^{M-1} \Delta^M} \quad (15)$$

طبق [۸] برای انتخاب τ از قاعده زیر استفاد می‌شود.

$$\tau = \begin{cases} \frac{N}{M} & \text{for } M = 2 \text{ and } M = 3 \\ \frac{N}{M+2} & \text{for } M \geq 4 \end{cases} \quad (16)$$

در [۸] نشان داده شده است که با استفاده از قاعده بالا برای انتخاب τ میانگین مربع خطا در تخمین a_M مینیمم می‌شود. می‌توان با استفاده از دو عملگر معرفی شده در (۶) و (۱۳) ضرایب چند جمله‌ای سیگنال با فاز چند جمله‌ای را تخمین زد. به‌عنوان مثال ضرایب فاز یک سیگنال با فاز چند جمله‌ای از درجه سه را می‌توان به صورت زیر تخمین زد:

مرحله ۱:

در این مرحله $\tau = \frac{N}{3}$ قرار داده و a_3 به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{a}_3 = \frac{1}{3! (\tau\Delta)^2} \operatorname{argmax}_w \{ |DPT_3[y(n), w, \tau]| \} \quad (17)$$

مرحله ۲:

در این مرحله $\tau = \frac{N}{2}$ قرار داده و a_2 به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{a}_2 = \frac{1}{2! (\tau\Delta)^1} \times \operatorname{argmax}_w \{ |DPT_2[y(n) \exp(-j \hat{a}_3(n\Delta)^3), w, \tau]| \} \quad (18)$$

مرحله ۳:

در نهایت a_1 به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\hat{a}_1 = \operatorname{argmax}_w \{ |DPT_1[y(n) \exp(-j(\hat{a}_2(n\Delta)^2 + \hat{a}_3(n\Delta)^3)), w, \tau]| \} \quad (19)$$

برای تخمین پارامترها می‌توان از تبدیل فوریه سریع^۱ استفاده کرد. در این مقاله برای بهبود دقت تخمین از الگوریتم نیوتون-رافسون^۲ استفاده شده و مقدار به‌دست آمده در تبدیل فوریه سریع به‌عنوان حدس اولیه الگوریتم نیوتون-رافسون در نظر گرفته شده است.

۴- الگوریتم پیشنهادی جهت حذف سیگنال جمر

در این بخش الگوریتم حذف سیگنال جمر مرحله به مرحله بیان

¹ Fast Fourier Transform (FFT)

² Newton-Raphson

$$E(\delta a_{2n}^2) \approx \left(1 + \frac{1}{2JNR}\right) \times \frac{96}{\Delta^4 N^5 JNR} \quad (27)$$

که برای JNR های بزرگ رابطه بالا را می توان به صورت زیر تقریب زد:

$$E(\delta a_{2n}^2) \approx \frac{96}{\Delta^4 N^5 JNR} \quad (28)$$

منظور از JNR نسبت توان سیگنال جمر به توان نویز حرارتی گیرنده است که رابطه آن به صورت زیر است:

$$JNR = \frac{A_f^2}{\sigma_w^2} \quad (29)$$

۵-۲- آنالیز آماری a_1 :

در این زیربخش مانند زیربخش قبل، تقریبی از MSE تخمین پارامتر a_1 ناشی از حضور توام نویز و سیگنال اهداف محاسبه شده است. در ضمیمه (ج) نحوه استخراج میانگین مربع خطای این پارامتر توضیح داده شده است. فرضیاتی مانند بالا بودن جمر به مجموع توان سیگنال اهداف و نویز گیرنده در این جا نیز مطرح می باشند. در ضمیمه (ج) نشان داده شده است رابطه $E(\delta a_{1n}^2) = E(\delta a_{1T}^2) + E(\delta a_{1n}^2)$ که $E(\delta a_{1T}^2)$ به ترتیب نشان دهنده میانگین مربع خطای تخمین ناشی از حضور نویز گیرنده و سیگنال اهداف می باشند. در ضمیمه (ج) $E(\delta a_{1T}^2)$ به صورت زیر به دست می آید:

$$E(\delta a_{1T}^2) = \frac{72}{\Delta^2 N^6} \times \left(\sum_{k=1}^{N_t} \frac{\left(T_k - \frac{N}{2}\right)^2 + 16 \left(\frac{3N}{4} - T_k\right) \left(\frac{5N}{2} - 3T_k\right) u(T_k - N_i)}{JSR_k} + \sum_{k=1}^{N_t} \frac{16 \left(\frac{N}{4} - T_k\right) \left(\frac{3N}{2} - 5T_k\right) u(N_f - \tau - T_k)}{JSR_k} \right) \quad (30)$$

$E(\delta a_{1n}^2)$ در [۹] به صورت زیر به دست آمده است:

$$E(\delta a_{1n}^2) \approx \left[\frac{17}{16} + \frac{1}{2JNR} \right] \times \frac{96}{JNR \Delta^2 N^3} \quad (31)$$

که برای JNR های بزرگ رابطه (۳۱) را می توان به صورت زیر تقریب زد:

$$E(\delta a_{1n}^2) \approx \frac{17}{16} \times \frac{96}{JNR \Delta^2 N^3} \quad (32)$$

۵-۳- آنالیز آماری a_0 :

در این زیربخش، MSE مربوط به تخمین پارامتر a_0 ارائه شده است. فرضیاتی که برای پارامترهای a_1 و a_2 در زیر بخش های قبل در نظر گرفته شد نیز برای a_0 صادق هستند. همچنین رابطه $E(\delta a_0^2) = E(\delta a_{0T}^2) + E(\delta a_{0n}^2)$ برقرار بوده و اثبات آن در ضمیمه (ه) آورده شده است. MSE مربوط به a_0 ناشی از حضور سیگنال اهداف در ضمیمه (ه) به صورت رابطه (۳۳) است:

مجموع MSE های ناشی از حضور جداگانه هر کدام از آن ها می باشد. حال با توجه به این که در [۹] میانگین مربع خطا برای پارامترهای تخمین زده شده در حضور صرفاً نویز گوسی به دست آمده اند به همین دلیل در این مقاله از بازنویسی دوباره آن ها صرف نظر می شود. توجه شود که تحلیل آماری خطای تخمین ضرایب در این مقاله با فرض این که از پالس برگشتی تنها یک نمونه برداشته می شود، انجام می گیرد.

۵-۱- آنالیز آماری a_2 :

در این زیربخش، با استفاده از آنالیز مرتبه اول انحراف [توضیحات مربوط به آن در ضمیمه (الف) آورده شده است] تقریبی از میانگین مربع خطای تخمین a_2 ناشی از حضور توام نویز گیرنده و سیگنال اهداف به دست آمده است. استخراج معادلات مربوط به تخمین a_2 در ضمیمه (ب) آورده شده و در این جا فقط نتیجه نهایی بررسی می شود. در استخراج معادلات، فرض شده است که توان جمر به مجموع توان سیگنال اهداف و نویز گیرنده، بزرگ می باشد و از این فرض برای ساده تر شدن حل معادلات استفاده شده است. همان طور که قبلاً هم ذکر شد، در ضمیمه (ب) نشان داده می شود که رابطه $E(\delta a_2^2) = E(\delta a_{2T}^2) + E(\delta a_{2n}^2)$ برقرار است که منظور از $E(\delta a_{2n}^2)$ و $E(\delta a_{2T}^2)$ به ترتیب میانگین مربع خطای تخمین ناشی از حضور نویز گیرنده و اکوی برگشتی از اهداف می باشد. در ضمیمه (ب) نشان داده شده است که $E(\delta a_{2T}^2)$ را می توان به صورت زیر به دست آورد:

$$E(\delta a_{2T}^2) = \frac{4608}{N^3 \Delta^4} \left(\sum_{k=1}^{N_t} \frac{(N_i + 0.5L - 0.5 - T_k)^2 u(T_k - N_i) u(N_f - T_k)}{JSR_k} + \sum_{k=1}^{N_t} \frac{(N_i + 0.5L - 0.5 - \tau - T_k)^2 u(T_k + \tau - N_i) u(N_f - T_k - \tau)}{JSR_k} \right) \quad (25)$$

در معادله بالا، $N_i = (M - 1)\tau$ ، $L = N - (M - 1)\tau$ و $N_f = N - 1$ است. N و JSR_k به ترتیب نشان دهنده تعداد نمونه های سیگنال و توان سیگنال جمر به توان سیگنال هدف k ام می باشند. رابطه JSR_k به صورت زیر است:

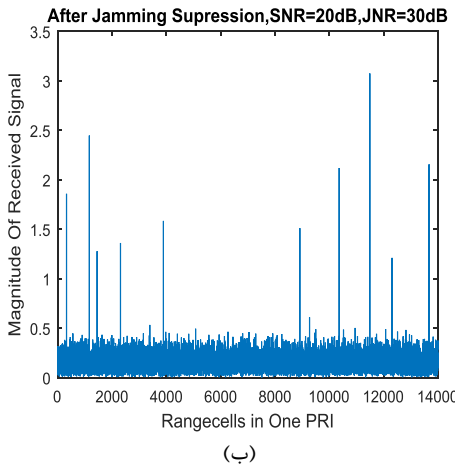
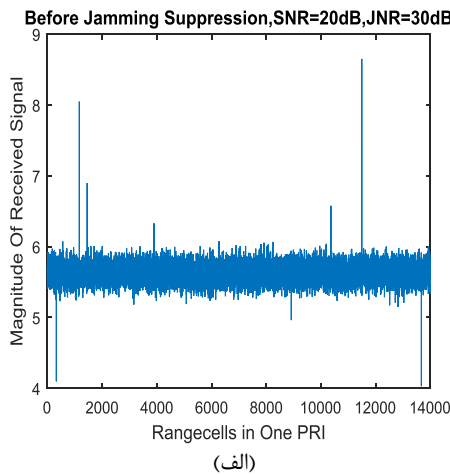
$$JSR_k = \frac{A_f^2}{E(A_k^2)} \quad (26)$$

تابع $u(n)$ همان تابع پله می باشد که اگر n بزرگ تر یا مساوی صفر باشد، برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر است. همچنین در ضمیمه (ب) نشان داده شده که $E(\hat{a}_2) = a_2$ می باشد، که بیانگر یک تخمین گر بدون بایاس است. (با شرط بزرگ بودن JNR).

$E(\delta a_{2n}^2)$ در [۹] به صورت زیر استخراج شده است :

$$E(\delta a_{0T}^2) = \frac{1}{2N^2} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{1}{JSR_k} + \frac{1}{N^4} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{18 \left(T_k - \frac{N}{2}\right)^2 + (36N^2 - 72NT_k + 32T_k^2)u(T_k - N_i) + (20N^2 - 136NT_k + 224T_k^2)u(N_f - \tau - T_k)}{JSR_k} - \frac{6}{N^3} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{\left(T_k - \frac{N}{2}\right)}{JSR_k} + \frac{16}{N^3} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{\left(\frac{N}{4} - T_k\right)u(N_f - \tau - T_k) - \left(\frac{3N}{4} - T_k\right)u(T_k - N_i)}{JSR_k} \quad (33)$$

دو حالت قبل از سرکوب سیگنال جمر شکل (۱- الف) و بعد از سرکوب سیگنال جمر شکل (۱- ب) مشاهده کرد. در شکل (۱) SNR برای تمامی ۱۰ هدف برابر با ۲۰ dB و JNR برابر با ۳۰ dB می‌باشد.



شکل (۱). پوش سیگنال دریافتی در یک PRI

(الف) قبل از سرکوب جمینگ (ب) بعد از سرکوب جمینگ

شکل (۲) نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو و نتایج تئوری استخراج شده مربوط به میانگین مربع خطای چهار پارامتر $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2$ و \hat{A}_j را به ترتیب در (الف)، (ب)، (ج) و (د) برحسب JSR در حضور سیگنال اهداف در سناریوی (۱) نشان می‌دهد. نویز گیرنده جهت بررسی صحت روابط استخراج شده در اثر حضور صرفاً سیگنال اهداف در کیفیت تخمین، در نظر گرفته نشده است. همان‌طور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود، نمودارهای تئوری و شبیه‌سازی

در [۹] $E(\delta a_{0n}^2)$ به صورت زیر به دست آمده است:

$$E(\delta a_{0n}^2) \cong \left[\frac{14}{3} + \frac{4}{3JNR} \right] \times \frac{1}{NJNR} \quad (34)$$

برای JNR های بزرگ رابطه (۳۴) به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$E(\delta a_{0n}^2) \cong \frac{14}{3NJNR} \quad (35)$$

۴-۵- آنالیز آماری A_j :

در این زیربخش، MSE مربوط به پارامتر A_j ارائه شده است. فرضیاتی که برای پارامترهای a_0, a_1, a_2 در زیربخش‌های قبل در نظر گرفته شد برای A_j نیز صادق می‌باشند. همچنین رابطه $E(\delta A_j^2) = E(\delta A_{JT}^2) + E(\delta A_{Jn}^2)$ برقرار بوده و اثبات آن در ضمیمه (د) آورده شده است. MSE مربوط به A_j ناشی از حضور سیگنال اهداف در ضمیمه (د) به صورت زیر است:

$$E(\delta A_{JT}^2) = \frac{\sum_{k=1}^{N_t} Pr_k}{2N^2} \quad (36)$$

که منظور از Pr_k در رابطه بالا، توان دریافتی از هدف k ام می‌باشد.

در [۹] MSE مربوط به تخمین پارامتر A_j ناشی از حضور نویز

گیرنده به صورت زیر استخراج شده است:

$$E(\delta A_{Jn}^2) = \frac{\sigma_w^2}{2N} \quad (37)$$

۶- نتایج شبیه‌سازی

در سناریو (۱) رادار پالسی را در نظر بگیرید که حداکثر برد برابر با ۱۵۰ km، فرکانس حامل برابر با ۳ Ghz و پهنای پالس آن برابر با ۱۰۰ ns است. در این مقاله فرض شده است که از هر پالس برگشتی فقط یک نمونه برداشته شود بنابراین فاصله نمونه‌برداری برابر با $\tau/7$ است که τ برابر با پهنای پالس به ثانیه می‌باشد. تعداد کل داده‌ها (N) برابر با ۱۴۰۰۰ است. در این سناریو فرض می‌کنیم که ۱۰ هدف در بازه پردازشی وجود دارد که برد معادل آن‌ها در جدول (۱) در ردیف مربوط به سناریو (۱) آمده است. سیگنال دریافتی توسط رادار شامل نویز گیرنده، سیگنال جمر و اکوهای بازگشتی از اهداف می‌باشد. فاز جمر با مدولاسیون خطی در جدول شماره (۲) با عنوان نوع ۲ نشان داده شده که در رابطه مربوط به فاز جمر B و $N\Delta$ به ترتیب برابر با فاصله نمونه‌برداری، تعداد نمونه‌ها و پهنای باند جمر می‌باشند. در شکل (۱)، می‌توان پوش سیگنال دریافتی در گیرنده رادار مربوط به سناریو (۱) را در

است. برای پارامترهایی که مقدارشان صفر می‌باشد خود MSE ارائه می‌گردد (پارامتر a_0).

$$MSE_{\hat{a}_i} = 10 \log \frac{MSE(\hat{a}_i)}{a_i^2} \quad (38)$$

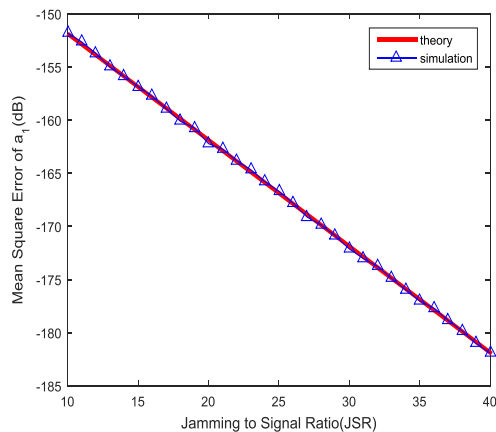
برروی هم منطبق هستند که این موضوع بیانگر درستی روابط استخراج شده مربوط به میانگین مربع خطای پارامترهای مذکور ناشی از حضور صرفاً سیگنال اهداف می‌باشد. در شکل‌ها هرگاه MSE برحسب dB بیان شده است منظور رابطه (۳۸) بوده و در غیر این صورت، خود MSE در محور لگاریتمی نشان داده شده

جدول (۱). بردهای معادل ۱۰ هدف در یک PRI

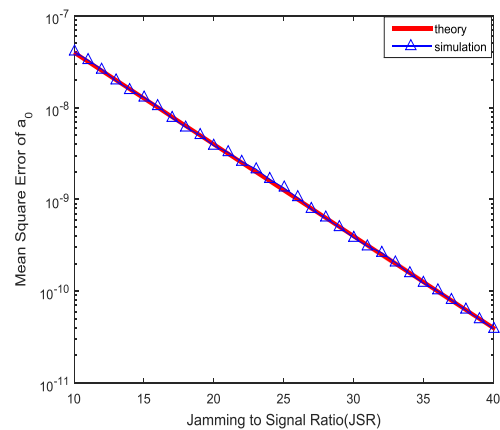
شماره هدف	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
سناریو ۱	۳/۵	۱۲/۵	۱۵/۵	۲۴/۸	۴۱/۷	۹۵/۵	۱۱۱	۱۲۳	۱۳۱	۱۴۶
سناریو ۲	۰/۸۵	۲/۱۳	۳/۵	۶/۶	۶/۹	۷/۹	۸/۳	۱۰/۳	۱۳/۰۷	۱۴/۸

جدول (۲). توابع مختلف فازهای جمر مورد نظر

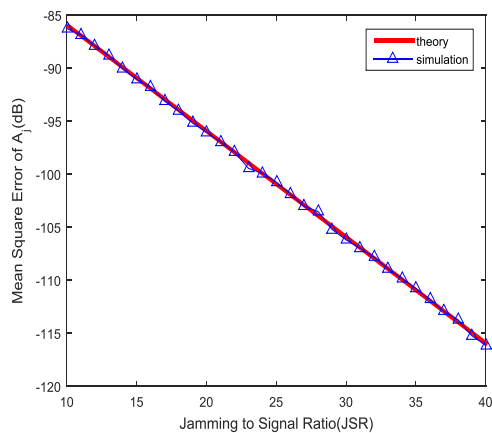
فاز جمر	نوع ۱
$\varphi(n) = 2\pi\left(\frac{B}{3}\right)(n\Delta)$	نوع ۲
$\varphi(n) = 2\pi\left(-\frac{B}{3}\right)(n\Delta) + \frac{B^2}{3N}(n\Delta)^2$	نوع ۳
$\varphi(n) = 2\pi\left(-\frac{B}{5}\right)(n\Delta) - \frac{17B^2}{40N}(n\Delta)^2 + \frac{5B^3}{12N^2}(n\Delta)^3$	



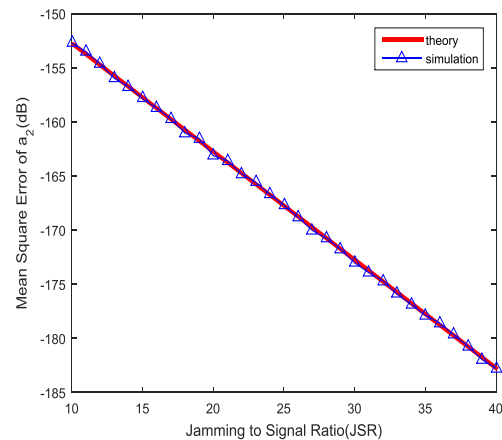
(ب)



(الف)



(د)

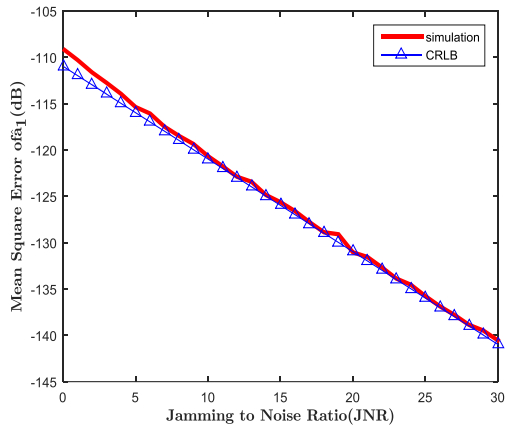


(ج)

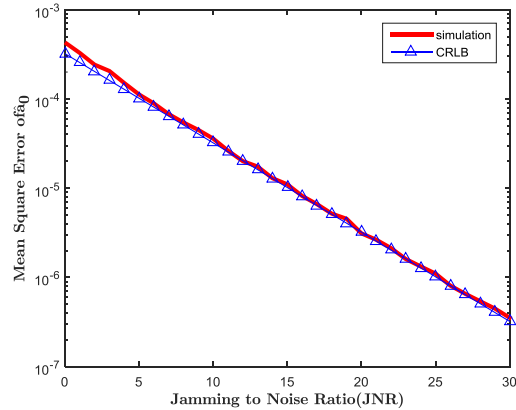
شکل (۲). نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو و روابط استخراج شده برای JSRهای بین ۱۰ dB تا ۴۰ dB. (الف)، (ب)، (ج) و (د) به ترتیب میانگین مربع خطای \hat{a}_0 ، \hat{a}_1 ، \hat{a}_2 و \hat{A}_1 ناشی از حضور سیگنال اهداف را نشان می‌دهند.

همان‌طور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود در JNR و JSRهای بزرگ، میانگین مربع خطای تخمین پارامترها مبتنی بر تخمین‌گر DPT با CRLB منطبق می‌شوند. در این شبیه‌سازی نیز سناریو (۱) در نظر گرفته شده است.

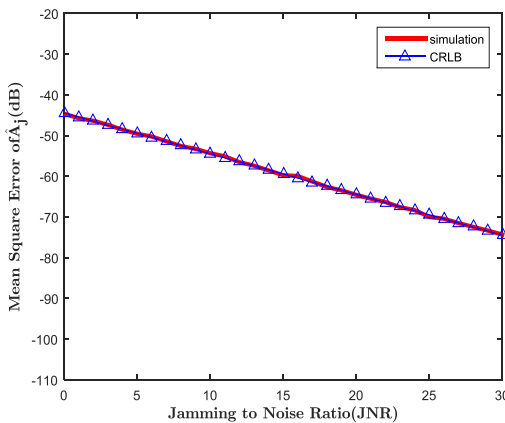
شکل (۳) نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو و CRLB برای میانگین مربع خطای چهار پارامتر $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2$ و \hat{A} را به ترتیب در (الف)، (ب)، (ج) و (د) برحسب JNR در حضور توام نویز گیرنده و سیگنال اهداف با SNR برابر با ۱۰ dB نشان می‌دهد. CRLB مربوط به چهار پارامتر مذکور در ضمیمه (و) استخراج شده است.



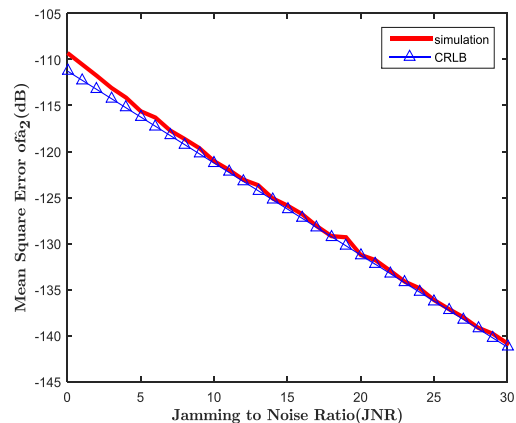
(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل (۳). نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو و CRLB برای JNRهای ۰ dB تا ۳۰ dB و SNR برابر با ۱۰ dB. (الف)، (ب)، (ج) و (د) به ترتیب میانگین مربع خطای $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2$ و \hat{A} ناشی از حضور توام سیگنال اهداف و نویز گیرنده را نشان می‌دهند.

میانگین‌گیری سلولی^۲ با تعداد سلول‌های مرجع^۳ برابر با ۲۴ و تعداد سلول‌های محافظ^۴ برابر با ۲ استفاده شده است. در این سناریو برای اهداف تموج رایلی (مدل سوئرلینگ ۱) در نظر گرفته شده است. شکل (۴-الف) منحنی احتمال آشکارسازی مربوط به هدف در برد ۶/۹ km در سناریو (۲) [در جدول (۱) در ردیف مربوط به سناریو (۲) هدف پنجم]، برای دو حالتی که روش سرکوب جمینگ، خاموش یا روشن باشد در سیگنال به نویزهای مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود

در سناریو (۲) رادار دارای حداکثر برد برابر با ۱۵ km و پهنای پالس برابر با ۱۰۰ ns ثانیه است، بنابراین، با فرض یک نمونه در هر پالس فاصله نمونه‌برداری برابر با $\tau/7$ و تعداد نمونه‌ها (N) برابر با ۱۴۰۰ می‌باشد. در این سناریو تعداد اهداف در بازه پردازشی برابر با ۱۰ می‌باشد که برد اهداف در جدول (۱) در ردیف مربوط به سناریو (۲) آورده شده است. همچنین سرعت همه اهداف مشخص و برابر با ۴۰ m/s است. رادار از روش جمع‌بندی پالس‌ها به صورت هم‌دوس استفاده می‌کند، که تعداد پالس‌های جمع‌بندی برابر با ۵۰ می‌باشد. همچنین از آشکارساز^۱ CFAR به روش

^۲ Cell Averaging Constant False Alarm Rate (CA-CAFR)

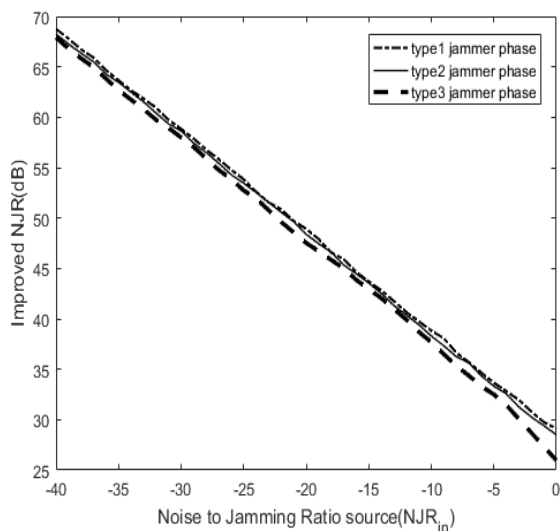
^۳ Reference cells

^۴ Guard cells

^۱ Constant False Alarm Rate

مختلف سیگنال جمر که در جدول (۲) آورده شده‌اند را نشان می‌دهد. میزان بهبود NJR در (۳۹) تعریف شده است. در واقع با توجه به ثابت بودن توان نویز گیرنده رابطه (۳۹) نشان‌دهنده میزان تفاوت توان سیگنال جمر در ورودی و خروجی الگوریتم می‌باشد. همان‌طور که در شکل (۵) مشاهده می‌شود در هر سه نوع فاز جمر، توان سیگنال جمر به میزان چشمگیری کاهش می‌یابد.

$$\text{Improved NJR} = \text{NJR}_{\text{out}}(\text{dB}) - \text{NJR}_{\text{in}}(\text{dB}) \quad (39)$$

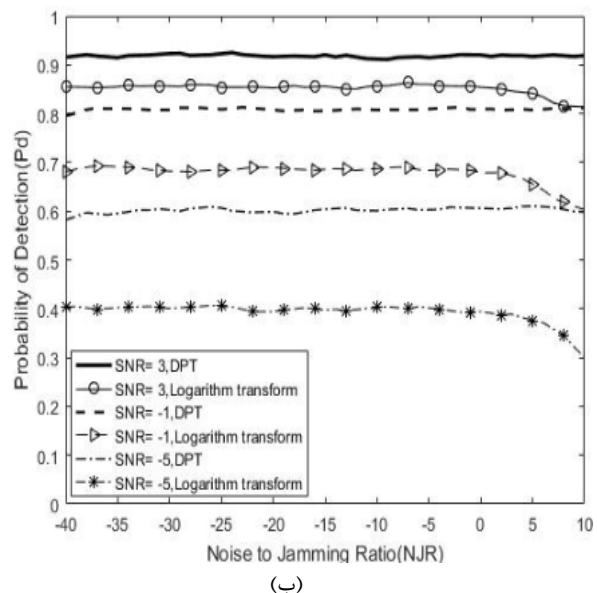
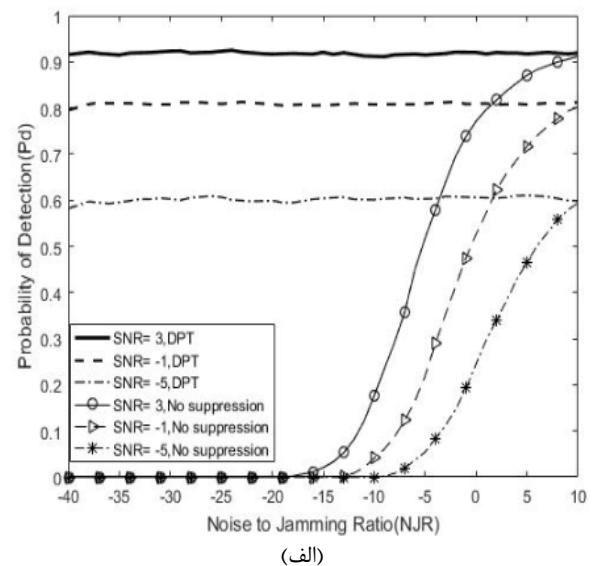


شکل (۵). میزان بهبود NJR در سیگنال به نویز برابر با ۱۰ dB برای سه نوع فاز مختلف سیگنال جمر در جدول (۲).

۷- نتیجه گیری

در این مقاله از روش DPT برای سرکوب سیگنال جمینگ نویزی FM با فاز چند جمله‌ای، در رادارهای پالسی استفاده شده است. در شبیه‌سازی‌ها نشان داده شد که این روش به صورت موثری سیگنال جمینگ را سرکوب و به آشکارسازی اهداف کمک می‌کند. همچنین در مقایسه با روش تبدیل لگاریتمی عملکرد بهتری را دارد. یکی از مشکلات این روش محدود بودن آن به سیگنال‌هایی با فاز چند جمله‌ای می‌باشد که تبدیل لگاریتمی این محدودیت را ندارد. البته از این روش می‌توان برای حالتی که فازهای سیگنال جمر پیوسته و غیر چند جمله‌ای و یا حالتی که دامنه سیگنال جمر ثابت نبوده و به کندی با زمان تغییر می‌کند نیز استفاده کرد [۸]. برای حالتی که سیگنال جمر دارای فاز پیوسته و غیر چند جمله‌ای باشد تخمین فاز می‌تواند با تکه‌تکه کردن بازه مشاهدات و تقریب فاز سیگنال جمر در بازه‌های مختلف با یک چند جمله‌ای، صورت گیرد. برای درستی تقریب فاز پیوسته و غیر چند جمله‌ای سیگنال جمر، به یک چند جمله‌ای در یک بازه از مشاهدات، باید یک معیار مناسب در نظر گرفته شود که می‌توان در کارهای بعدی به آن پرداخت. همچنین در کارهای بعدی می‌توان به تحلیل

عملکرد روش پیشنهادی در احتمال آشکارسازی اهداف چشمگیری می‌باشد. شکل (۴-ب) نشان دهنده منحنی آشکارسازی مربوط به هدف در برد ۶/۹ km در سناریو (۲) [در جدول (۱) در ردیف مربوط به سناریو (۲) هدف پنجم]، برای دو روش DPT و روش تبدیل لگاریتمی معرفی شده در [۴]، در سیگنال به نویزهای مختلف است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود در سیگنال به نویزهای یکسان احتمال آشکارسازی اهداف در روش ارائه شده در این مقاله بیشتر از روش تبدیل لگاریتمی است.



شکل (۴). (الف) عملکرد الگوریتم DPT در احتمال آشکارسازی

اهداف در حضور جمینگ نویزی. (ب) مقایسه الگوریتم DPT و تبدیل لگاریتمی در احتمال آشکارسازی اهداف

شکل (۵). میزان بهبود NJR در سلول هدف با برد ۶/۹ km در سناریو (۲) [در جدول (۱) در ردیف مربوط به سناریو (۲) هدف پنجم] را در سیگنال به نویز برابر با ۱۰ dB برای سه نوع فاز

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{n=N_i}^{N_f} [\prod_{q=0}^{M-1} [x^{s_q}(n - q\tau)]^{(M-1)} - \\
 &\prod_{q=0}^{M-1} [J^{s_q}(n - q\tau)]^{(M-1)}] \exp\{-jwn\Delta\} = \\
 &= \sum_{n=N_i}^{N_f} \eta(n) DP_M[J(n), \tau] \exp\{-jwn\Delta\} \\
 &= A_j 2^{M-1} \exp\{j\varphi_0\} \sum_{n=N_i}^{N_f} \eta(n) \exp\{j(w_0 - w)n\Delta\}
 \end{aligned}$$

که در رابطه قبل $\eta(n)$ برابر است با:

$$\begin{aligned}
 \eta(n) &= \prod_{q=0}^{M-1} \left[1 + \frac{w^{s_q}(n - q\tau) + s^{s_q}(n - q\tau)}{J^{s_q}(n - q\tau)} \right]^{(M-1)} - 1 \\
 &= \prod_{q=0}^{M-1} \left[\sum_{i=0}^{(M-1)} \binom{(M-1)}{i} \left(\frac{w^{s_q}(n - q\tau) + s^{s_q}(n - q\tau)}{J^{s_q}(n - q\tau)} \right)^i \right] \\
 &- 1 \tag{44}
 \end{aligned}$$

فرض می‌شود:

$$\frac{w^{s_q}(n - q\tau) + s^{s_q}(n - q\tau)}{J^{s_q}(n - q\tau)} \ll 1 \tag{45}$$

با توجه به فرض بالا برای $\eta(n)$ تقریب زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 \eta(n) &\approx \prod_{q=0}^{M-1} \left[1 + \binom{(M-1)}{q} \frac{w^{s_q}(n - q\tau) + s^{s_q}(n - q\tau)}{J^{s_q}(n - q\tau)} \right] - \\
 1 &\approx \sum_{q=0}^{M-1} \binom{(M-1)}{q} \frac{w^{s_q}(n - q\tau) + s^{s_q}(n - q\tau)}{J^{s_q}(n - q\tau)} \tag{46}
 \end{aligned}$$

در [۸] در ضمیمه B مشتقات مربوط به توابع $\delta g_N(w)$, $g_N(w)$ در نقطه ماکزیمم محلی w_0 بر حسب $\eta(n)$ استخراج شده و در نهایت δw به صورت زیر بدست آمده است:

$$\delta w \approx \frac{12}{L(L^2-1)\Delta} \sum_{n=N_i}^{N_f} (N_i + 0.5L - 0.5 - n) \times \text{Im}(\eta^*(n)) \tag{47}$$

در نتیجه با توجه به رابطه (۱۱) δa_M به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\delta a_M \approx \frac{12}{M! \tau^{M-1} L(L^2-1)\Delta^M} \sum_{n=N_i}^{N_f} (N_i + 0.5L - 0.5 - n) \times \text{Im}(\eta^*(n)) \tag{48}$$

ضمیمه ب:

در این بخش $E(\delta a_{2T}^2)$ ، میانگین مربع خطای تخمین پارامتر a_2 که ناشی از حضور سیگنال اهداف می‌باشد بدست می‌آید. ترم‌های مربوط به نویز گوسی گیرنده همان‌طور که اشاره شد در [۹] استخراج شده‌اند. و در این جا از استخراج دوباره معادلات مربوط به آن صرف نظر می‌شود. با توجه به ضمیمه الف:

آماری کیفیت تخمین پارامترهای جمر درحالتی که دامنه سیگنال جمر ثابت نبوده و به‌کندی با زمان تغییر می‌کند نیز پرداخت.

ضمیمه الف:

در ضمیمه A در [۹] یک روش کلی به نام آنالیز انحراف ماکزیمم یک تابع تصادفی معرفی شده است که در این مقاله از این روش برای به‌دست آوردن میانگین مربع خطای پارامترهای سیگنال جمر استفاده می‌شود. در روابط استفاده شده در ضمیمه‌ها از نمادهای سیگنالی تعریف شده در این مقاله استفاده می‌شود که با نمادهای سیگنالی [۹] متفاوت می‌باشد. روش مذکور به صورت خلاصه در زیر توضیح داده می‌شود. برای توضیحات بیشتر می‌توان به [۹] مراجعه کرد. اگر تابع $g_N(w)$ یک تابع مختلط از w باشد (در این-جا w نشان‌دهنده متغیر فرکانسی تبدیل فوریه و N برابر با تعداد نقطه‌ها می‌باشد) آن‌گاه $f_N(w)$ با فرض این که دارای ماکزیمم محلی در $w = w_0$ است، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_N(w) = |g_N(w)|^2 = g_N(w) \times g_N^*(w) \tag{40}$$

حال اگر تابع $g_N(w)$ توسط یک تابع تصادفی $\delta g_N(w)$ انحراف پیدا کند آن‌گاه محل ماکزیمم مربع دامنه آن به اندازه δw تغییر پیدا می‌کند که می‌توان آن را به صورت زیر با تقریب به دست آورد:

$$\delta w \approx - \left[\frac{\partial^2 f_N(w_0)}{\partial w^2} \right]^{-1} \times \left[\frac{\partial f_N(w_0)}{\partial w} \right] \tag{41}$$

که $\delta f_N(w) = 2\text{Re}\{g_N(w)\delta g_N^*(w)\}$ می‌باشد. با توجه به تعاریف بالا می‌توان میزان خطای تخمین در پارامترهای سیگنال جمر ناشی از نویز گیرنده و اکوی بازگشتی از اهداف را به دست آورد. برای سیگنال جمر به شکل $J(n) = A_j \exp\{j \sum_{m=0}^M a_m(n\Delta)^m\}$ تابع $g_N(w)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}
 g_N(w) &= DPT_M[J(n), w, \tau] \\
 &= \sum_{n=(M-1)\tau}^{N-1} DP_M(J(n), \tau) \exp\{-jwn\Delta\} \\
 &= A_j 2^{M-1} \exp\{j\varphi_0\} \sum_{n=N_i}^{N_f} \exp\{j(w_0 - w)n\Delta\} \tag{42}
 \end{aligned}$$

که $N_i = (M-1)\tau$, $N_f = N-1$ و φ_0, w_0 به ترتیب در روابط (۱۱) و (۱۲) داده شده‌اند. حال اگر سیگنال $J(n)$ با نویز گوسی گیرنده و سیگنال بازگشتی از اهداف جمع شود آن‌گاه با توجه به (۷) انحراف در تابع $g_N(w)$ که با $\delta g_N(w)$ نشان داده می‌شود، به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 \delta g_N(w) &= DPT_M[x(n), w, \tau] - DPT_M[J(n), w, \tau] \\
 &= \sum_{n=N_i}^{N_f} [DP_M - DP_M(J(n), \tau)] \times \exp\{-jwn\Delta\} \tag{43}
 \end{aligned}$$

(۵) به صورت زیر بدست آورد:

$$E(\delta a_{2T}^2) = \frac{18}{\tau^2 L^2 (L^2 - 1)^2 \Delta^4} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{(N_i + 0.5L - 0.5 - T_k)^2}{JSR_k} u(T_k) - N_i u(N_f - T_k) + \frac{18}{\tau^2 L^2 (L^2 - 1)^2 \Delta^4} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{(N_i + 0.5L - 0.5 - \tau - T_k)^2}{JSR_k} u(T_k) + \tau - N_i u(N_f - T_k - \tau) \quad (57)$$

در رابطه بالا تابع $u(n)$ برای $n \geq 0$ برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر می‌باشد. با توجه به ضیق فضا از آوردن مراحل استخراج معادلات مربوط به $E(\delta a_{2T}^2)$ صرف نظر شده و در بخش مربوط به نتایج شبیه‌سازی درستی معادلات تئوری توسط شبیه‌سازی مونت کارلو تایید شده است.

ضمیمه ج:

در این بخش $E(\delta a_{1T}^2)$ محاسبه می‌شود. متغیرهای جدید زیر را در نظر بگیرید:

$$x_n^{(1)} = x_n e^{-j(a_2 + \delta a_2)\Delta^2 n^2} = (s_n^{(1)} + w_n^{(1)} + J_n^{(1)}) e^{-j(\delta a_2)\Delta^2 n^2} \quad (58)$$

$$J_n^{(1)} = J_n e^{-j a_2 \Delta^2 n^2} = A_j e^{j[a_0 + a_1 n \Delta]} \quad (59)$$

$$w_n^{(1)} = w_n e^{-j a_2 \Delta^2 n^2} \quad (60)$$

$$s_n^{(1)} = s_n e^{-j a_2 \Delta^2 n^2} \quad (61)$$

در روابط بالا همان‌طور که در ضمیمه ب نشان داده شد در روابط بالا $\delta a_2 = \delta a_{2T} + \delta a_{2n}$ می‌باشد. برای مقادیر بزرگ N ، تقریب زیر برقرار است:

$$e^{-j(\delta a_2)\Delta^2 n^2} \approx 1 - j(\delta a_2)\Delta^2 n^2 \quad (62)$$

بنابراین:

$$x_n^{(1)} = (s_n^{(1)} + w_n^{(1)} + J_n^{(1)}) (1 - j(\delta a_2)\Delta^2 n^2) = J_n^{(1)} - J_n^{(1)} j(\delta a_2)\Delta^2 n^2 + w_n^{(1)} + s_n^{(1)} - (w_n^{(1)} + s_n^{(1)}) j(\delta a_2)\Delta^2 n^2 \quad (63)$$

تقریب مرتبه اول برای $x_n^{(1)}$ به صورت $x_n^{(1)} = J_n^{(1)}$ تقریب مرتبه اول برای $x_n^{(1)}$ به صورت $x_n^{(1)} = J_n^{(1)}$ است. بنابراین با توجه به تعریف بالا برای $x_n^{(1)}$ می‌توان توابع $g_N(w)$ ، $\delta g_N(w)$ ، $f_N(w)$ ، $\delta f_N(w)$ و مشتقات آن‌ها را به صورت زیر نوشت:

$$g_N(w) = \sum_{n=0}^{N-1} J_n^{(1)} e^{-jwn\Delta} \quad (64)$$

$$\eta(n) \approx \sum_{q=0}^{M-1} \binom{M-1}{q} \frac{w^{s_q(n-q\tau)} + s^{s_q(n-q\tau)}}{J^{s_q(n-q\tau)}} \approx \sum_{q=0}^{M-1} \binom{M-1}{q} \frac{w^{s_q(n-q\tau)}}{J^{s_q(n-q\tau)}} + \sum_{q=0}^{M-1} \binom{M-1}{q} \frac{S^{s_q(n-q\tau)}}{J^{s_q(n-q\tau)}} = \eta_n(n) + \eta_T(n) \quad (49)$$

با توجه به این که M برابر با ۲ است می‌توان نوشت:

$$\eta_T(n) = \sum_{q=0}^{M-1} \binom{M-1}{q} \frac{S^{s_q(n-q\tau)}}{J^{s_q(n-q\tau)}} = \frac{S(n)}{J(n)} + \frac{S^*(n-\tau)}{J^*(n-\tau)} \quad (50)$$

$$\eta_n(n) = \sum_{q=0}^{M-1} \binom{M-1}{q} \frac{w^{s_q(n-q\tau)}}{J^{s_q(n-q\tau)}} = \frac{w(n)}{J(n)} + \frac{w^*(n-\tau)}{J^*(n-\tau)} \quad (51)$$

معادلات (۵۰) و (۵۱) به ترتیب ترم‌های مربوط به سیگنال اهداف و نویز گیرنده می‌باشند. بنابر تعاریف بالا و ضمیمه الف δa_2 را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\delta a_2 \approx \frac{12}{2! \tau^1 L (L^2 - 1) \Delta^2} \sum_{n=N_i}^{N_f} (N_i + 0.5L - 0.5 - n) \times \text{Im}(\eta^*(n)) = \delta a_{2T} + \delta a_{2n} \quad (52)$$

که در رابطه بالا، δa_{2n} و δa_{2T} به صورت زیر می‌باشند:

$$\delta a_{2T} \approx \frac{12}{2! \tau^1 L (L^2 - 1) \Delta^2} \sum_{n=N_i}^{N_f} (N_i + 0.5L - 0.5 - n) \times \text{Im}(\eta_T^*(n)) \quad (53)$$

$$\delta a_{2n} \approx \frac{12}{2! \tau^1 L (L^2 - 1) \Delta^2} \sum_{n=N_i}^{N_f} (N_i + 0.5L - 0.5 - n) \times \text{Im}(\eta_n^*(n)) \quad (54)$$

با توجه با معادلات بالا داریم:

$$E(\delta a_2) = E(\delta a_{2T}) = E(\delta a_{2n}) = 0 \quad (55)$$

با توجه به (۵۵) و استقلال آماری سیگنال اهداف و نویز گیرنده، $E(\delta a_2^2)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$E(\delta a_2^2) = E(\delta a_{2T}^2) + E(\delta a_{2n}^2) \quad (56)$$

$E(\delta a_{2n}^2)$ در [۹] به دست آمده است. $E(\delta a_{2T}^2)$ را می‌توان با توجه به مدل در نظر گرفته شده برای سیگنال در روابط (۴) و

$$+2N\Delta Im \left(\sum_{n=0}^{N-1} J_n^* s \left(n - \frac{N}{2} \right) \right) - \frac{1}{6} A_j^2 \Delta^3 N^5 \delta a_{2T} - \frac{1}{6} A_j^2 \Delta^3 N^5 \delta a_{2n}$$

با توجه به رابطه (۱۱) $\delta w = \delta a_1$ می‌باشد. با توجه به رابطه (۴۱) داریم:

$$\delta a_1 = -6A_j^{-2} \Delta^{-2} N^{-4} \left(2N\Delta Im \left(\sum_{n=0}^{N-1} J_n^* w \left(n - \frac{N}{2} \right) \right) + 2N\Delta Im \left(\sum_{n=0}^{N-1} J_n^* s \left(n - \frac{N}{2} \right) \right) - \frac{1}{6} A_j^2 \Delta^3 N^5 \delta a_{2T} - \frac{1}{6} A_j^2 \Delta^3 N^5 \delta a_{2n} \right) = \delta a_{1T} + \delta a_{1n} \quad (۷۳)$$

که δa_{1T} و δa_{1n} به ترتیب ترم‌های مربوط به نویز گیرنده و سیگنال اهداف به صورت زیر می‌باشند:

$$\delta a_{1T} = -6A_j^{-2} \Delta^{-2} N^{-4} \left(2N\Delta Im \left(\sum_{n=0}^{N-1} J_n^* s \left(n - \frac{N}{2} \right) \right) - \frac{1}{6} A_j^2 \Delta^3 N^5 \delta a_{2T} \right) \quad (۷۴)$$

$$\delta a_{1n} = -6A_j^{-2} \Delta^{-2} N^{-4} \left(2N\Delta Im \left(\sum_{n=0}^{N-1} J_n^* w \left(n - \frac{N}{2} \right) \right) - \frac{1}{6} A_j^2 \Delta^3 N^5 \delta a_{2n} \right) \quad (۷۵)$$

با توجه به روابط (۷۵) و (۷۳-۷۴) می‌توان نوشت:

$$E(\delta a_1) = E(\delta a_{1T}) = E(\delta a_{1n}) = 0 \quad (۷۶)$$

با توجه به رابطه (۷۶) و استقلال آماری سیگنال اهداف و نویز گیرنده رابطه زیر برقرار است:

$$E(\delta a_1^2) = E(\delta a_{1T}^2) + E(\delta a_{1n}^2) \quad (۷۷)$$

که $E(\delta a_{1T}^2)$ و $E(\delta a_{1n}^2)$ برابرند با:

$$E(\delta a_{1T}^2) = 36A_j^{-4} \Delta^{-4} N^{-8} E \left(\left(2N\Delta Im \left(\sum_{n=0}^{N-1} J_n^* s \left(n - \frac{N}{2} \right) \right) - \frac{1}{6} A_j^2 \Delta^3 N^5 \delta a_{2T} \right)^2 \right) \quad (۷۸)$$

$$E(\delta a_{1n}^2) = 36A_j^{-4} \Delta^{-4} N^{-8} E \left(\left(2N\Delta Im \left(\sum_{n=0}^{N-1} J_n^* w \left(n - \frac{N}{2} \right) \right) - \frac{1}{6} A_j^2 \Delta^3 N^5 \delta a_{2n} \right)^2 \right) \quad (۷۹)$$

$E(\delta a_{1n}^2)$ در [۹] بدست آمده است. $E(\delta a_{1T}^2)$ را می‌توان با توجه به مدل در نظر گرفته شده برای سیگنال در روابط (۴) و (۵) به صورت زیر به دست آورد:

$$\delta g_N(w) = \sum_{n=0}^{N-1} \left(w_n^{(1)} + s_n^{(1)} \right) e^{-jwn\Delta} - j \sum_{n=0}^{N-1} J_n^{(1)} (\delta a_2) \Delta^2 n^2 e^{-jwn\Delta} \quad (۶۵)$$

$$g_N(w_0) = \sum_{n=0}^{N-1} J_n^{(1)} e^{-jw_0 n \Delta} = \sum_{n=0}^{N-1} A_j e^{ja_0} e^{jn\Delta(a_1 - w_0)} = A_j e^{ja_0} N = NA_j e^{ja_0} \quad (۶۶)$$

$$\left. \frac{\partial g_N(w)}{\partial w} \right|_{w=w_0} = A_j e^{ja_0} (-j\Delta) \sum_{n=0}^{N-1} n \approx -\frac{1}{2} j A_j e^{ja_0} \Delta N^2 \quad (۶۷)$$

$$\left. \frac{\partial^2 g_N(w)}{\partial w^2} \right|_{w=w_0} = -\Delta^2 \sum_{n=0}^{N-1} n^2 J_n^{(1)} e^{-jw_0 n \Delta} = -\Delta^2 A_j e^{ja_0} \sum_{n=0}^{N-1} n^2 = -\Delta^2 A_j e^{ja_0} \frac{N^3}{3} \quad (۶۸)$$

$$\frac{\partial \delta g_N(w)}{\partial w} = -j\Delta \sum_{n=0}^{N-1} n \left(w_n^{(1)} + s_n^{(1)} \right) e^{-jwn\Delta} - \delta a_2 \Delta^3 \sum_{n=0}^{N-1} J_n^{(1)} n^3 e^{-jwn\Delta} \quad (۶۹)$$

$$\left. \frac{\partial \delta g_N(w)}{\partial w} \right|_{w=w_0} = -j\Delta \sum_{n=0}^{N-1} n \left(w_n^{(1)} + s_n^{(1)} \right) e^{-ja_1 n \Delta} - \delta a_2 \Delta^3 A_j e^{ja_0} \frac{N^4}{4} \quad (۷۰)$$

$$\left. \frac{\partial^2 f_N(w)}{\partial w^2} \right|_{w=w_0} = 2Re\{g_N(w_0) \frac{\partial^2 g_N^*(w_0)}{\partial w^2} + \frac{\partial g_N(w_0)}{\partial w} \times \frac{\partial g_N^*(w)}{\partial w}\}$$

$$= 2Re \left\{ \left(A_j N e^{ja_0} \right) \times \left(-\Delta^2 A_j e^{-ja_0} \frac{N^3}{3} \right) + \left(-\frac{1}{2} j A_j e^{ja_0} \Delta N^2 \right) \times \left(\frac{1}{2} j A_j e^{-ja_0} \Delta N^4 \right) \right\}$$

$$= 2Re \left\{ -\Delta^2 A_j^2 \frac{N^4}{3} + \frac{1}{4} \Delta^2 A_j^2 \frac{N^4}{4} \right\} = -\frac{1}{6} A_j^2 \Delta^2 N^4 \quad (۷۱)$$

$$\delta f_N(w) = g_N(w) \delta g_N^*(w) + g_N^*(w) \delta g_N(w) = 2Re\{g_N(w) \delta g_N^*(w)\}$$

$$\frac{\partial \delta f_N(w)}{\partial w} = 2Re\{g_N(w) \frac{\partial \delta g_N^*(w)}{\partial w} + \frac{\partial g_N(w)}{\partial w} \delta g_N^*(w)\}$$

$$\left. \frac{\partial \delta f_N(w)}{\partial w} \right|_{w=w_0} = 2N\Delta Im \left(\sum_{n=0}^{N-1} J_n^* w \left(n - \frac{N}{2} \right) \right) \quad (۷۲)$$

$$E(\delta a_{1T}^2) = \frac{72}{\Delta^2 N^6} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{\left(T_k - \frac{N}{2}\right)^2 + 16 \left(\frac{3N}{4} - T_k\right) \left(\frac{5N}{2} - 3T_k\right) u(T_k - N_i) + 16 \left(\frac{N}{4} - T_k\right) \left(\frac{3N}{2} - 5T_k\right) u(N_f - \tau - T_k)}{JSR_k} \quad (۸۰)$$

$$\hat{a}_0 = \text{Im}\{\log(\hat{V})\} = a_0 + \frac{A_j^{-2}}{N} \text{Im}(\beta) - \frac{1}{2} \delta a_1 N \Delta - \frac{1}{3} \delta a_2 N^2 \Delta^2 \quad (۹۰)$$

$$\log(\hat{A}_j) = \log\left(A_j \left(1 + \frac{\delta A_j}{A_j}\right)\right) = \log(A_j) + \frac{\delta A_j}{A_j} \quad (۹۱)$$

$$\delta A_j = \frac{1}{N} A_j^{-1} \text{Re}(\beta) \quad (۹۲)$$

$$\delta a_0 = \frac{A_j^{-2}}{N} \text{Im}(\beta) - \frac{1}{2} \delta a_1 N \Delta - \frac{1}{3} \delta a_2 N^2 \Delta^2 \quad (۹۳)$$

بنابراین با توجه استقلال آماری نویز گیرنده و سیگنال اهداف و همچنین $E(\delta A_j^2)$ ، $E(\text{real}(\beta_1)) = E(\text{real}(\beta_1)) = 0$ را می توان به صورت زیر نوشت:

$$E(\delta A_j^2) = E(\delta A_{jT}^2) + E(\delta A_{jn}^2) \quad (۹۴)$$

که در رابطه بالا $E(\delta A_{jT}^2)$ و $E(\delta A_{jn}^2)$ به ترتیب ترم‌های مربوط به سیگنال اهداف و نویز گیرنده می‌باشند، که رابطه آن‌ها به صورت زیر است:

$$E(\delta A_{jT}^2) = \frac{A_j^{-2}}{N^2} E(\text{Re}(\beta_2)^2) \quad (۹۵)$$

$$E(\delta A_{jn}^2) = \frac{A_j^{-2}}{N^2} E(\text{Re}(\beta_1)^2) \quad (۹۶)$$

$E(\delta A_{jn}^2)$ در [۹] به دست آمده است. $E(\delta A_{jT}^2)$ را می توان با توجه به مدل در نظر گرفته شده برای سیگنال در روابط (۴) و (۵) به صورت زیر به دست آورد:

$$E(\delta A_{jT}^2) = \frac{A_j^{-2}}{N^2} E(\text{Re}(\beta_2)^2) = \frac{A_j^{-2}}{N^2} \times \sum_{k=1}^{N_t} \frac{A_j^2 E(A_k^2)}{2} = \frac{\sum_{k=1}^{N_t} Pr_k}{2N^2} \quad (۹۷)$$

با توجه به ضیق فضا از آوردن مراحل استخراج معادلات مربوط به $E(\delta A_{jT}^2)$ صرف نظر شده و در بخش مربوط به نتایج شبیه سازی درستی معادلات تئوری توسط شبیه سازی مونت کارلو تایید شده است.

ضمیمه ه:

در این بخش به محاسبه $E(\delta a_{0T}^2)$ پرداخته می شود. در (۹۳) δa_0 به صورت زیر به دست آمد:

$$\delta a_0 = \frac{A_j^{-2}}{N} \text{Im}(\beta) - \frac{1}{2} \delta a_1 N \Delta - \frac{1}{3} \delta a_2 N^2 \Delta^2 \quad (۹۸)$$

با توجه به این که $\delta a_1 = \delta a_{1n} + \delta a_{1T}$ ، $\delta a_2 = \delta a_{2n} +$

با توجه به ضیق فضا از آوردن مراحل استخراج معادلات مربوط به $E(\delta a_{1T}^2)$ صرف نظر شده و در بخش مربوط به نتایج شبیه سازی درستی معادلات تئوری توسط شبیه سازی مونت کارلو تایید شده است.

ضمیمه د:

در این بخش به محاسبه $E(\delta A_j^2)$ پرداخته می شود. متغیر $Z^2(n)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$Z^2(n) = Z(n) e^{-j((a_1 + \delta a_1)n\Delta + (a_2 + \delta a_2)n^2\Delta^2)} \quad (۸۱)$$

$$Z^2(n) = J(n) \left(1 + \frac{w(n) + S(n)}{J(n)}\right) \times e^{-j(a_1 n\Delta + a_2 n^2\Delta^2)} e^{-j(\delta a_1 n\Delta + \delta a_2 n^2\Delta^2)} \quad (۸۲)$$

$$Z^2(n) = A_j e^{ja_0} \left(1 + \frac{w(n) + S(n)}{J(n)}\right) (1 - j\delta a_1 n\Delta - j\delta a_2 n^2\Delta^2) \quad (۸۳)$$

$$Z^2(n) = A_j e^{ja_0} \left(1 + A_j^{-2} J^*(n) (w(n) + S(n))\right) (1 - j\delta a_1 n\Delta - j\delta a_2 n^2\Delta^2) \quad (۸۴)$$

با استفاده از تقریب مرتبه اول بدست می آید:

$$Z^2(n) = A_j e^{ja_0} (1 + A_j^{-2} J^*(n) (w(n) + S(n)) - j\delta a_1 n\Delta - j\delta a_2 n^2\Delta^2) \quad (۸۵)$$

متغیر \hat{V} به صورت زیر تعریف می شود:

$$\hat{V} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} Z^2(n) = A_j e^{ja_0} \left(1 + \frac{1}{N} A_j^{-2} \beta - \frac{j}{2} \delta a_1 N \Delta - \frac{j}{3} \delta a_2 N^2 \Delta^2\right) \quad (۸۶)$$

که :

$$\beta = \sum_{n=0}^{N-1} J^*(n) (w(n) + S(n)) = \beta_1 + \beta_2 = \sum_{n=0}^{N-1} J^*(n) w(n) + \sum_{n=0}^{N-1} J^*(n) S(n) \quad (۸۷)$$

حال با استفاده از $\log \hat{V}$ می توان δa_0 و δA_j را بدست آورد:

$$\log \hat{V} = \log(A_j) + ja_0 + \left(\frac{1}{N} A_j^{-2} \beta - \frac{j}{2} \delta a_1 N \Delta - \frac{j}{3} \delta a_2 N^2 \Delta^2\right) \quad (۸۸)$$

$$\log(\hat{A}_j) = \text{Re}\{\log(\hat{V})\} = \log(A_j) + \frac{1}{N} A_j^{-2} \text{Re}(\beta) \quad (۸۹)$$

$$\delta a_{0n} = \frac{A_j^{-2}}{N} \text{Im}(\beta_1) - \frac{1}{2} \delta a_{1n} N \Delta - \frac{1}{3} \delta_{2n} N^2 \Delta^2 \quad (101)$$

با توجه به $E(\delta a_{0T}) = E(\delta a_{0n}) = 0$ و استقلال آماري نویز گیرنده از سیگنال اهداف می‌توان نوشت:

$$E(\delta a_0^2) = E(\delta_{0T}^2) + E(\delta a_{0n}^2) \quad (102)$$

$E(\delta a_{0n}^2)$ در [۹] به دست آمده است. $E(\delta_{0T}^2)$ را می‌توان با توجه به مدل در نظر گرفته شده برای سیگنال در روابط (۴) و (۵) به صورت زیر به دست آورد:

$$E(\delta a_{0T}^2) = \frac{1}{2N^2} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{1}{JSR_k} \frac{1}{N^4} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{18 \left(T_k - \frac{N}{2}\right)^2 + (36N^2 - 72NT_k + 32T_k^2)u(T_k - N_i) + (20N^2 - 136NT_k + 224T_k^2)u(N_f - \tau - T_k)}{JSR_k} - \frac{6}{N^3} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{\left(T_k - \frac{N}{2}\right)}{JSR_k} + \frac{16}{N^3} \sum_{k=1}^{N_t} \frac{\left(\frac{N}{4} - T_k\right)u(N_f - \tau - T_k) - \left(\frac{3N}{4} - T_k\right)u(T_k - N_i)}{JSR_k} \quad (103)$$

$$J(n) = \mu(n) + jv(n) \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (111)$$

آن‌گاه می‌توان $\mu(n)$ و $v(n)$ که به ترتیب قسمت‌های حقیقی و موهومی $J(n)$ می‌باشند را به صورت زیر نوشت:

$$\mu_n = b_0 \cos(\phi_M(n)) \quad (112)$$

$$v_n = b_0 \sin(\phi_M(n)) \quad (113)$$

لگاریتم تابع احتمال توام $Z(n)$ برابر است با:

$$\log f(\underline{z}(n), \underline{\theta}) = - \sum_{n=0}^{N-1} \log(\pi \sigma_n^2) - \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(x(n) - \mu(n))^2 + (y(n) - v(n))^2}{\sigma_n^2} \quad (114)$$

که در بالا $\underline{\theta}$ برابر با بردار پارامترها به صورت $[A_j, a_0, a_1, a_2]$ می‌باشد. عناصر ماتریس اطلاعات فیشر^۱ را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$J_{k,l} = -E \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \theta_k \partial \theta_l} \log f(\underline{Z}, \underline{\theta}) \right\} = 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{\partial \mu(n)}{\partial \theta_k} \frac{\partial \mu(n)}{\partial \theta_l} + \frac{\partial v(n)}{\partial \theta_k} \frac{\partial v(n)}{\partial \theta_l} \right) \quad (115)$$

که

$$\frac{\partial \mu(n)}{\partial A_j} = \cos(\phi_M(n)) \quad (116)$$

$$\frac{\partial v(n)}{\partial A_j} = \sin(\phi_M(n)) \quad (117)$$

δa_{2T} و $\beta = \beta_1 + \beta_2$ می‌باشد داریم:

$$\delta a_0 = \frac{A_j^{-2}}{N} \text{Im}(\beta_1) - \frac{1}{2} \delta a_{1n} N \Delta - \frac{1}{3} \delta a_{2n} N^2 \Delta^2 + \frac{A_j^{-2}}{N} \text{Im}(\beta_2) - \frac{1}{2} \delta a_{1T} N \Delta - \frac{1}{3} \delta a_{2T} N^2 \Delta^2 \quad (99)$$

ترم مربوط به سیگنال اهداف و نویز گیرنده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\delta a_{0T} = \frac{A_j^{-2}}{N} \text{Im}(\beta_2) - \frac{1}{2} \delta a_{1T} N \Delta - \frac{1}{3} \delta a_{2T} N^2 \Delta^2 \quad (100)$$

با توجه به ضیق فضا از آوردن مراحل استخراج معادلات مربوط به $E(\delta A_{JT}^2)$ صرف نظر شده و در بخش مربوط به نتایج شبیه‌سازی درستی معادلات تئوری توسط شبیه‌سازی مونت کارلو تایید شده است.

ضمیمه و:

در [۱۰] CRLB برای چهار پارامتر a_0, a_1, a_2, A_j در حضور نویز گوسی گیرنده محاسبه شده است. در این بخش به محاسبه CRLB برای چهار پارامتر مذکور در حضور توام سیگنال اهداف و نویز گیرنده پرداخته شده است. سیگنال‌های $J(n), S(n)$ و $w(n)$ که به ترتیب نشان‌دهنده سیگنال جمر، سیگنال اهداف و نویز گیرنده می‌باشند دوباره به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$J(n) = A_j \exp \left(j \sum_{m=0}^M a_m(n) \Delta^m \right) \quad (104)$$

$$0 \leq n \leq N-1$$

$$S(n) = \sum_{k=1}^{N_t} A_k e^{j\varphi_k} p_{T_k}(n) \quad (105)$$

$$p_{T_k}(n) = p(n - T_k) = \begin{cases} 1 & T_k \leq n \leq T_k + PW - 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (106)$$

$$W(n) \sim CN(0, \sigma_w^2) \quad (107)$$

$Z(n)$ و $\phi_M(n)$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Z(n) = J(n) + S(n) + W(n) \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (108)$$

$$\phi_M(n) = \sum_{m=0}^M a_m \Delta^m n^m \quad (109)$$

حال اگر $Z(n)$ و $J(n)$ در رابطه (۱۰۸) به صورت زیر بیان شوند:

$$Z(n) = x(n) + jy(n) \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (110)$$

^۱ Fisher information matrix

$$A_{M+1} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_n^2} & \Delta \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n}{\sigma_n^2} & \Delta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n^2}{\sigma_n^2} \\ \Delta \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n}{\sigma_n^2} & \Delta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n^2}{\sigma_n^2} & \Delta^3 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n^3}{\sigma_n^2} \\ \Delta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n^2}{\sigma_n^2} & \Delta^3 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n^3}{\sigma_n^2} & \Delta^4 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n^4}{\sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (127)$$

در نهایت CRLB به صورت زیر به دست می آید:

$$CRLB = J^{-1} \quad (128)$$

عناصر روی قطر اصلی ماتریس J^{-1} کمترین واریانس مربوط به هر پارامتر را می دهد که این عناصر مشخص کننده CRLB مربوط به هر پارامتر می باشند. در این مقاله ماتریس J^{-1} به صورت عددی محاسبه شده است و سپس مقادیر CRLB مربوط به هر پارامتر به دست آمده اند. نتایج شبیه سازی ها نشان داده اند که ماتریس A_{M+1} یک ماتریس نامساعد^۱ می باشد که معکوس آن را باید با یک روش مناسب به دست آورد.

۸- مراجع

[1] M. V. Maksimov, "Radar anti-jamming techniques," Norwell, MA: Artech House, 1979.

[2] F. Neri, "Introduction to Electronic Defense Systems," Norwell, MA: Artech House, 1991.

[3] M. L. Skolnik, "The Radar Handbook," USA, New York, McGrawHill, 1990.

[4] D. Dongping and B. Tang, "Noise FM jamming suppression via logarithm transform," 2008 International Conference on Communications, Circuits and Systems, 2008.

[5] D. B. Brick, et al., "Radar interference and its reduction," The Sylvania Technologist, vol. I, pp.96-108, 1958.

[6] J. F. Lamb, "A noise silencing IF circuit for super-hetrodyne receivers," QST, Feb.1936.

[7] H. V. Gregers and A. J. Zottl, "The Detection Performance of the Siebert and Dicke-Fix CFAR Detectors," IEEE Trans., vol. 7, no.7, pp. 706-709, 1971.

[8] S. Peleg and B. Porat, "The discrete polynomial-phase transform," Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 43, no, 8, pp. 1901-1914, 1995.

[9] S. Peleg and B. Porat, "Linear FM parameter estimation from discrete time observations," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 27, pp. 607-616, July 1991.

[10] S. Peleg and B. Porat, "The Cram&Rao lower bound for signals with constant amplitude and polynomial phase," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 39, pp. 749-752, Mar. 1991.

¹ Ill conditioned

$$\frac{\partial \mu(n)}{\partial a_m} = -\Delta^m n^m b_0 \sin(\phi_M(n)) \quad (118)$$

$$\frac{\partial v(n)}{\partial a_m} = \Delta^m n^m b_0 \cos(\phi_M(n)) \quad (119)$$

با جای گذاری در رابطه (۱۱۵) J_{b_0, b_0} به صورت زیر بدست می آید:

$$J_{b_0, b_0} = 2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_n^2} \quad (120)$$

که در رابطه بالا σ_n^2 به صورت زیر تعریف می شود:

$$\sigma_n^2 = \begin{cases} \sigma_w^2 + E(A_k^2) & n \in \{T_1, \dots, T_{N_t}\} \\ \sigma_w^2 & OW \end{cases} \quad (121)$$

منظور از σ_w^2 و $E(A_k^2)$ در (۱۲۱) به ترتیب توان نویز گیرنده و توان سیگنال دریافتی k ام می باشند. همچنین با استفاده از (۱۱۵-۱۱۹) می توان روابط زیر را به دست آورد:

$$J_{b_0, a_m} = 0 \quad 0 \leq m \leq M \quad (122)$$

$$\begin{aligned} J_{a_{m_1}, a_{m_2}} &= 2b_0^2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\Delta^{m_1+m_2} n^{m_1+m_2}}{\sigma_n^2} \\ &= 2b_0^2 \Delta^{m_1+m_2} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n^{m_1+m_2}}{\sigma_n^2} \\ &= 2b_0^2 \Delta^{m_1+m_2} S_{m_1+m_2} \quad 0 \leq m_1, m_2 \leq M \end{aligned} \quad (123)$$

که S_m به صورت زیر است:

$$S_m = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n^m}{\sigma_n^2} \quad (124)$$

بنابراین ماتریس اطلاعات فیشر را می توان به صورت زیر نوشت:

$$J = 2 \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sigma_n^2} & 0 \\ 0 & A_j^2 A_{M+1} \end{bmatrix} \quad (125)$$

در (۱۲۵) A_{M+1} ماتریس هنکل بوده و درایه های آن به صورت زیر به دست می آیند:

$$(A_{M+1})_{k,l} = \Delta^{k+l} S_{k+l} \quad 0 \leq k, l \leq M \quad (126)$$

در حالتی که M برابر با ۲ باشد آن گاه ماتریس A_{M+1} به شکل زیر در می آید:

Jamming Noise Suppression Using Discrete Polynomial-Phase Transform in Pulsed Radars

S. Sadeghi, A. Sheikhi*

Shiraz University

(Received: 26/07/2016, Accepted: 05/03/2017)

Abstract

In this paper, a method is provided for suppressing FM noise jammer signal with polynomial-phase in pulsed radar based on the discrete polynomial-phase transform. In the first step, DPT transform is used to estimate polynomial-phase coefficients and amplitude of jammer signal. In the second step, the jammer signal has been reconstructed using the estimated amplitude and phase of the jammer signal, Then, jamming is suppressed efficiently by subtracting the reconstructed jammer signal from the received signal. Mean square error and CRLB for polynomial coefficients and amplitude of jammer signal in presence of combined target signals and the receiver noise, are calculated theoretically for the case of linear frequency modulation, and then are compared with simulations. The detection performance of the proposed method is also shown.

Keywords: FM Noise, Jamming, Discrete Polynomial- Phase Transform, Mean Square Error