

طراحی الگوی تابش با تمرکز بر اهداف مشخص در رادار آرایه‌فازی MIMO

سیده ارمغان مقدسی^۱، حسین خالقی بیزکی^{۲*}، محسن فلاح^۳

۱- کارشناسی ارشد، ۲- دانشیار، ۳- استادیار، مجتمع دانشگاهی برق و الکترونیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(دریافت: ۹۳/۱۱/۱۹، پذیرش: ۹۴/۱۰/۲۸)

چکیده

رادارهای چندرودی - چندخروجی (MIMO) نسل جدیدی از رادارهای آرایه‌ای هستند که از شکل موج‌های متعامد در ارسال بهره می‌گیرند. در ضمن برخورداری از مزایای متعدد، بهره‌پذیری هم‌دوس در این نوع تخصیص سیگنال حاصل نمی‌شود. از این رو تلاش‌هایی صورت گرفته است تا با تغییر همبستگی سیگنال‌های ارسالی، این نقص برطرف شود. اخیراً ساختار جدیدی به نام رادار آرایه‌فازی MIMO پیشنهاد شده است که کل آرایه را به چندین زیرآرایه تقسیم می‌کند و به آنتن‌های هر زیرآرایه شکل موجی اختصاص می‌دهد که با شکل موج اختصاصی به سایر زیرآرایه‌ها تعامد دارد. با طراحی ضرایب وزنی مربوط به هر زیرآرایه، امکان دستیابی به الگوی تابش مطلوب فراهم می‌شود. این مقاله با ارائه روشی برای انتخاب ضرایب وزنی مبتنی بر شکل‌دهی پرتو معمولی، توان ارسالی از این رادار را پیرامون اهداف مطلوب بیشینه می‌کند و با پیاده‌سازی چهار الگوریتم تخمین پارامتر، تأثیر سیگنال ارسالی از فرستنده را در گیرنده مورد بررسی قرار می‌دهد. در این روش بر خلاف روش مورد استفاده در رادار MIMO، توان ارسالی از آنتن‌ها و نحوه توزیع توان بین اهداف قابل کنترل است و الگوی مطلوب با محاسبات ساده‌تر و تعداد شکل موج متعامد کمتر به دست می‌آید. روش پیشنهادی برای آرایه صفحه‌ای نیز تعمیم داده می‌شود.

واژگان کلیدی

رادار آرایه‌فازی MIMO، الگوی تابش، شکل‌دهی پرتو معمولی، تخمین پارامتر.

۱. مقدمه

حصول است و عملکرد آشکارسازی بهتری در SNRهای بالا به دست می‌آید [۲-۴]. در دسته دوم که رادار MIMO با آنتن‌های هم‌مکان^۴ نام دارد، به دلیل وجود فاصله کم بین آنتن‌ها، همه مسیرهای ارسال سیگنال، RCS یکسانی را مشاهده می‌کنند. این دسته رادارها از نظر ساختار فرستنده شبیه به رادار آرایه‌فازی هستند، با این تفاوت که شکل موج‌های متفاوت ارسال می‌کنند. در این سناریو، استفاده از اطلاعات کلیه مسیرهای ارسال به افزایش آرایه مجازی و بهبود رزولوشن زاویه‌ای، افزایش تعداد اهداف قابل آشکارسازی، انعطاف‌پذیری در طراحی الگوی تابش و امکان استفاده مستقیم از تکنیک‌های تطبیقی در تخمین پارامترها می‌انجامد [۳-۵].

یکی از مباحث متداول در رادارهای آرایه‌ای، طراحی الگوی تابش ارسالی از آرایه است. بهره‌آنتن به صورت تابعی از زاویه، الگوی تابش نامیده می‌شود که تابعی از میزان هم‌بستگی شکل موج‌های ارسالی است [۶]. در رادار آرایه‌فازی که آنتن‌ها ضریبی از یک سیگنال تاخیریافته را ارسال می‌کنند و

ایده رادارهای چندرودی چند خروجی^۱ با الهام از مخابرات داده MIMO نخستین بار در سال ۲۰۰۴ مطرح شد [۱]. این رادار مجهز به چندین آنتن در فرستنده و گیرنده بوده و از شکل موج‌های مختلف و متفاوتی در ارسال بهره می‌گیرد؛ این در حالی است که رادارهای آرایه‌فازی تنها نسخه‌های شیف‌ت یافته‌ای از یک شکل موج را ارسال می‌کنند. رادار MIMO بر اساس فاصله بین آنتن‌ها به دو دسته تقسیم می‌شود: در رادار MIMO با آنتن‌های مجزا^۲، فاصله آنتن‌های فرستنده از یکدیگر به میزانی است که هر یک، زاویه متفاوتی از هدف را می‌بیند. در نتیجه سطح مقطع راداری^۳ یا RCS هدف در مسیرهای مختلف، متغیرهای تصادفی مستقلی هستند. بنابراین مولفه‌های خروجی فیلترهای منطبق در گیرنده، اطلاعات مستقلی در مورد هدف دارند. به این ترتیب چندین اندازه‌گیری مستقل از هدف قابل

* رایانامه نویسنده پاسخگو: hbizaki@gmail.com

¹ Multiple Input Multiple Output² Separated MIMO Radar³ Radar Cross Section⁴ Collocated MIMO Radar

بر اساس شکل‌دهی پرتو معمولی محاسبه می‌شوند و مشکلات روش قبل نیز رفع خواهد شد. همچنین با پیاده‌سازی و مقایسه چهار الگوریتم تخمین پارامتر در گیرنده، تاثیر ارسال شکل‌موج‌های متعامد از زیرآرایه‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. روش پیشنهادی از آرایه خطی به آرایه صفحه‌ای تعمیم داده می‌شود.

این نوشتار در شش بخش تنظیم شده است. بخش دوم به معرفی مدل سیگنال ارسال و دریافت رادار آرایه‌فازی MIMO و محاسبه توان فضایی بر اساس ضرایب وزنی می‌پردازد. نحوه انتخاب ضرایب در بخش سوم مشخص می‌شود و در بخش چهارم به حالت دوبعدی تعمیم پیدا می‌کند. بخش پنجم و ششم نیز به ترتیب به شبیه‌سازی و نتیجه‌گیری اختصاص می‌یابد.

۲. مدل سیگنال

در رادار آرایه‌فازی MIMO مفروض، آرایه ارسال دارای M_t آنتن و آرایه دریافت شامل M_r آنتن هم‌مکان است که در راستای محور قائم در فضای سه‌بعدی واقع شده‌اند. آرایه ارسال به K زیرآرایه تقسیم‌بندی می‌شود که هر یک شامل L آنتن است. زیر آرایه‌ها ممکن است فاقد هم‌پوشانی بوده ($L = M_t/K$) و یا دارای تعدادی آنتن مشترک باشند. روابط از این پس در حالت کلی تعریف می‌شوند تا برای مقادیر مختلف هم‌پوشانی قابل استفاده باشند. اگر تعداد آنتن‌های مشترک دو زیرآرایه مجاور با C نشان داده شود، تعداد کل آنتن‌های مشترک برابر با $C(K-1)$ خواهد بود. در این صورت برای ایجاد زیرآرایه‌های مشابه و متقارن، باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$M_t = KL - C(K-1) \quad (1)$$

به هر یک از زیرآرایه‌ها، عنصر متناظر از بردار شکل‌موج $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ \dots \ s_K(t)]^T$ اختصاص می‌یابد. این شکل‌موج‌ها توان واحد دارند و شرط تعامد را برآورده می‌کنند [۴]. با در نظر گرفتن ضرایب وزنی، سیگنال ارسالی از زیرآرایه‌ی k ام به صورت

$$\mathbf{x}_k(t) = \sqrt{\frac{E}{K}} s_k(t) \mathbf{w}_k \quad (2)$$

مدل می‌شود که \mathbf{w}_k بردار ضرایب مختلط شکل‌دهنده پرتو مربوط به زیرآرایه k ام با اندازه واحد و ابعاد $L \times 1$ است [۴]. با توجه به رابطه فوق، آنتن‌های مختلف در واقع ترکیب‌های خطی از شکل‌موج‌های پایه‌ی متعامد $\{s_k(t)\}_{k=1}^K$ را ارسال می‌کنند که به صورت

$$\boldsymbol{\psi}(t) = \sqrt{\frac{E}{K}} \mathbf{W} \mathbf{s}(t) \quad (3)$$

شکل‌موج‌های ارسالی همبستگی کامل دارند، شکل‌دهی پرتو با استفاده از ضرایب وزنی انجام می‌گیرد. با انتخاب صحیح این وزن‌ها می‌توان بهره پردازش بزرگی در جهت مطلوب ایجاد کرد. در رادار MIMO با آنتن‌های هم‌مکان که شکل‌موج‌های ارسالی متعامد هستند، ماتریس همبستگی یک ماتریس یک‌هسته است، در نتیجه الگوی تابش مستقل از زاویه، در همه زوایا مقدار ثابتی خواهد داشت. به همین دلیل رادار MIMO با آنتن‌های هم‌مکان، در ضمن برخورداری از مزایای متعدد، بهره پردازش همدوس^۱ در آرایه ارسال را که از مزایای رادار آرایه‌فازی به شمار می‌آید، از دست می‌دهد [۴]. در سال‌های اخیر مقالاتی توانسته‌اند با ایجاد همبستگی بین شکل‌موج‌ها، بهره پردازش همدوس را به دست آورند [۱۱-۱۶]. در این مقالات عموماً با تعریف یک تابع هزینه، مقادیر بهینه ماتریس همبستگی به‌نحوی محاسبه می‌شود که یک الگوی تابش مطلوب به دست آید و یا در حالت خاص، توان پیرامون اهداف مشخصی بیشینه شود.

برای غلبه بر نقطه ضعف رادار MIMO، در سال ۲۰۰۹ روشی برای بهره‌گیری همزمان از مزایای رادار MIMO (مانند چندگانگی شکل‌موج) و مزایای رادار آرایه‌فازی (مانند پردازش همدوس) در [۴] پیشنهاد شد. در تکنیک مذکور که رادار آرایه‌فازی MIMO^۲ نام دارد، آرایه ارسال به چند زیرآرایه^۳ به صورتی تقسیم‌بندی می‌شود که زیرآرایه‌ها می‌توانند با یکدیگر هم‌پوشانی^۴ نیز داشته باشند. سپس هر زیرآرایه برای ارسال همدوس شکل‌موجی که با شکل‌موج ارسالی از سایر زیرآرایه‌ها تعامد دارد، استفاده می‌شود. با طراحی ضرایب وزنی مربوط به هر زیرآرایه، می‌توان به بهره پردازش همدوس دست یافت تا پرتو در جهت خاصی شکل گیرد. با ترکیب زیرآرایه‌ها، یک رادار MIMO تشکیل می‌شود و قابلیت رزولوشن رادار بهبود می‌یابد [۴]. در این رادار برای ایجاد الگوی تابش مطلوب، به جای ماتریس همبستگی، ضرایب وزنی باید محاسبه شوند.

هدف این مقاله آن است که با به کارگیری ساختار آرایه‌فازی MIMO به جای MIMO و محاسبه ضرایب وزنی مربوط به این رادار، به الگوی تابش مطلوب دست پیدا کند. الگوی تابشی که در این نوشتار مورد بررسی قرار می‌گیرد، الگویی است که پیرامون تعداد مشخصی از اهداف، بیشترین مقدار را داشته باشد. ایجاد چنین الگوی تابشی توسط رادار MIMO با استفاده از بهینه‌سازی در [۷] انجام گرفته است که با نواقصی روبروست؛ اما در روشی که در ادامه ارائه خواهد شد، ضرایب مربوط به زیرآرایه‌های رادار آرایه‌فازی MIMO، با حجم محاسبات و پیچیدگی بسیار پایین و

¹ Coherent Processing Gain

² Phased MIMO Radar

³ Sub-array

⁴ Overlapping

سیگنال‌ها پس از برخورد با اهداف مختلف، به آنتن‌های گیرنده می‌رسند. چنانچه D هدف با RCS‌های $\{\beta(\theta_d)\}_{d=1}^D$ در زوایای $\{\theta_d\}_{d=1}^D$ واقع شده باشند، بردار $M_T \times 1$ سیگنال‌های دریافتی در گیرنده برابر با:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{d=1}^D \beta(\theta_d) \mathbf{b}^*(\theta_d) \mathbf{a}^H(\theta_d) \boldsymbol{\psi}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (10)$$

است [۵] که $\mathbf{n}(t)$ نماینده نویز و تداخل و $\mathbf{b}(\theta)$ بردار هدایت دریافت است [۵]:

$$\mathbf{b}(\theta) = [1 \quad e^{j(2\pi d_R \sin \theta)/\lambda} \quad \dots \quad e^{j(2\pi(M_T-1)d_R \sin \theta)/\lambda}]^T \quad (11)$$

در d_R (۱۱) فاصله بین آنتن‌های آرایه دریافت را نشان می‌دهد. در این نوشتار برای سهولت در محاسبات، بردار سیگنال دریافتی را به فرم بسته ماتریسی بیان می‌کنیم. با تعریف دو ماتریس \mathbf{A} و \mathbf{B} به صورت

$$\mathbf{A} \triangleq [\beta(\theta_1) \mathbf{a}^*(\theta_1), \dots, \beta(\theta_D) \mathbf{a}^*(\theta_D)]^T \quad (12)$$

و

$$\mathbf{B} \triangleq [\mathbf{b}^*(\theta_1), \dots, \mathbf{b}^*(\theta_D)] \quad (13)$$

و به کارگیری رابطه (۳)، $\mathbf{y}(t)$ برابر است با:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{BAWs}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (14)$$

رابطه (۱۴) بردار دریافت را بر حسب ماتریس ضرایب، بردار شکل‌موج‌های متعامد و بردارهای هدایت ارسال و دریافت بیان می‌کند و در گیرنده برای آشکارسازی یا تخمین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

به دلیل استفاده از شکل‌موج‌های متعامد در فرستنده، میزان همبستگی سیگنال‌های دریافتی بسیار کم است که این مساله، امکان به کارگیری مستقیم روش‌های تطبیقی^۴ تخمین پارامتر را در گیرنده فراهم می‌کند. این تکنیک‌ها که به دلیل سادگی محاسبات، قدرت تفکیک بهتر و قابلیت بالاتر در رد تداخل نسبت به روش‌های مستقل از داده حائز اهمیت‌اند [۱۳]، برای سیگنال‌های دریافتی هم‌بسته مناسب نیستند. به همین جهت برای رادارهای آرایه‌فازی که شکل‌موج‌های همدوس ارسال می‌کنند، عملکرد خوبی ندارند. کارآمدی روش‌های تطبیقی با پیاده‌سازی روش MVDR^۵ یا Capon [۱۴-۱۵] برای تخمین زاویه ورود^۶ (DOA) سیگنال‌های دریافتی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. انتظار می‌رود با وجود این تعامد، به کارگیری سایر روش‌های شناخته‌شده تخمین پارامتر مانند MUSIC^۷، ESPRIT^۸ و Root MUSIC [۱۴-۱۵] هم با موفقیت بالایی همراه باشد.

قابل بیان است [۴]. در این رابطه $\boldsymbol{\psi}(t)$ بردار $M_T \times 1$ بعدی سیگنال‌های ارسالی و $\mathbf{W} \triangleq [\tilde{\mathbf{w}}_1 \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{w}}_K]$ ماتریس ضرایب با ابعاد $M_T \times K$ است که با تعمیم رابطه مورد استفاده در [۴]، بردار $\tilde{\mathbf{w}}_k$ با ابعاد $M_T \times 1$ در حالت کلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{\mathbf{w}}_k \triangleq [0_{S(k-1)}^T, \mathbf{w}_k^T, 0_{M_T-S(k-1)-L}^T]^T \quad (4)$$

$0_{S(k-1)}^T$ برداری شامل $S(k-1)$ عنصر صفر است و $S, S = L - C$ تعداد آنتن‌های غیرمشترک بین دو زیرآرایه مجاور را نشان می‌دهد. به این ترتیب رادار آرایه‌فازی MIMO به صورت یک رادار MIMO با شکل‌موج‌های غیرمتعامد در سطح آنتن و شکل‌موج‌های متعامد در سطح زیرآرایه تفسیر می‌شود. بنابراین پردازش بهینه شکل‌موج‌های متعامد در سطح زیرآرایه در آرایه گیرنده حفظ می‌شود، چرا که برای آشکارسازی بهینه، به تعامد شکل‌موج نیاز است [۴ و ۱۲].

با فرض باند باریک^۱ بودن سیگنال‌های ارسال و انتشار غیرپراکنده^۲، سیگنالی که به هدف در زاویه ارتفاع^۳ θ می‌رسد برابر است با [۵]:

$$r(t, \theta) = \mathbf{a}^H(\theta) \boldsymbol{\psi}(t) \quad (5)$$

$\mathbf{a}(\theta)$ بردار هدایت ارسال آرایه است و با انتخاب عنصر اول آرایه به عنوان نقطه مرجع، به صورت

$$\mathbf{a}(\theta) = [1 \quad e^{j(2\pi d_T \sin \theta)/\lambda} \quad \dots \quad e^{j(2\pi(M_T-1)d_T \sin \theta)/\lambda}]^T \quad (6)$$

تعریف می‌شود [۳ و ۹] که در آن λ طول موج سیگنال حامل و d_T فاصله بین دو آنتن مجاور در آرایه ارسال است. توان سیگنال $r(t, \theta)$ در هر نقطه با زاویه θ از رابطه زیر به دست می‌آید [۷]:

$$P(\theta) = E\{|\mathbf{a}^H(\theta) \boldsymbol{\psi}(t)|^2\} = \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R} \mathbf{a}(\theta) \quad (7)$$

که \mathbf{R} ، ماتریس همبستگی $\boldsymbol{\psi}(t)$ است.

$$\mathbf{R} = E\{\boldsymbol{\psi}(t) \boldsymbol{\psi}^H(t)\} \quad (8)$$

طیف (۷) به عنوان تابعی از θ ، الگوی تابش ارسال نامیده می‌شود و برای کلیه رادارهای آرایه‌ای قابل استفاده است. با جایگزینی رابطه (۳)، توان ارسالی از آرایه برای رادار آرایه‌فازی MIMO قابل محاسبه است [۴ و ۱۱]:

$$P(\theta) = \frac{E}{K} \mathbf{a}^H(\theta) E\{\mathbf{W} \mathbf{s}(t) \mathbf{s}^H(t) \mathbf{W}^H\} \mathbf{a}(\theta) = \frac{E}{K} \|\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{W}\|^2 \quad (9)$$

این رابطه توان در زاویه θ را به صورت تابعی از ماتریس ضرایب بیان می‌کند؛ بنابراین برای ایجاد الگوی تابش مطلوب در رادار آرایه‌فازی MIMO، به جای ماتریس همبستگی، ماتریس ضرایب باید محاسبه شود.

⁴ Adaptive Techniques

⁵ Minimum Variance Distortionless Response

⁶ Direction of Arrival

⁷ Multiple Signal Classification

⁸ Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques

¹ Narrow band

² Non-dispersive

³ Elevation angle

تفاوت که در این مرجع، پرتو کلیه زیرآرایه‌ها به یک سمت هدایت شده‌اند و تنها یک پرتو متمرکز وجود دارد.

با جایگذاری رابطه (۱۷) در (۱۵)، در هر زیرآرایه بهره‌ای به میزان L در جهت $\theta_{k'}$ ایجاد می‌شود؛ بنابراین سطح توان در محل اهداف مطلوب به EL/K می‌رسد. در نتیجه با افزایش تعداد آنتن‌های زیرآرایه یا L ، پرتو ارسالی به سمت هدف از توان بالاتری برخوردار خواهد بود. به‌ازای تعداد زیرآرایه ثابت، با افزایش هم‌پوشانی زیرآرایه‌ها، تعداد آنتن‌های زیرآرایه نیز افزایش می‌یابد. برای دستیابی به بیشترین بهره، زیرآرایه‌ها باید طوری انتخاب شوند که کلیه آنتن‌های زیرآرایه را در بر بگیرند و بیشترین مقدار برای آنتن‌های زیرآرایه یعنی $L = M_t$ حاصل شود. این انتخاب اگرچه بر پیچیدگی آرایه ارسال می‌افزاید، اما از دید توان ارسالی از آنتن‌ها حائز اهمیت است. در این حالت هر آنتن توسط شکل‌موج‌های کلیه زیرآرایه‌ها تغذیه می‌شود. اگر ضریب وزنی زیرآرایه k ام بر آنتن m ام را با $w_{m,k}$ نشان دهیم، با استفاده از رابطه (۲) و در نظر داشتن تعامد شکل‌موج‌ها، توان ارسالی از آنتن m ام از جمع آثار زیرآرایه‌ها به‌دست می‌آید:

$$P_m = \frac{E}{K} (w_{m,1}^2 + w_{m,2}^2 + \dots + w_{m,K}^2) \quad (18)$$

به دلیل آن‌که شکل‌دهی پرتو طبق رابطه (۱۷) تنها از طریق کنترل فاز انجام گرفته و همه عناصر بردار ضرایب w_k هم‌اندازه هستند، مقدار عبارت (۱۸) برای کلیه آنتن‌های ارسال یکسان خواهد بود.

چنانچه تعداد زیرآرایه‌ها مقداری ثابت و از پیش تعیین شده باشد، دو حالت اتفاق می‌افتد: اگر تعداد اهداف مطلوب از تعداد زیرآرایه‌ها بزرگتر باشد، از روش‌هایی مانند تقسیم زمانی می‌توان استفاده کرد و چنانچه کوچکتر باشد، زیرآرایه‌های اضافی لازم نیست تحریک شوند و یا آن‌ها را نیز دوباره به سمت اهداف مطلوب هدایت می‌کنیم.

هرچند ممکن است روش پیشنهادی در عمل با پیچیدگی همراه باشد، اما نسبت به روش مورد استفاده در رادار MIMO، مزایای زیر را داراست:

- نیازی به حل مساله بهینه‌سازی نیست، بلکه تنها با یک مرحله محاسبه ضرایب از رابطه (۱۷)، خروجی مطلوب حاصل می‌شود و حجم محاسبات به‌طور چشمگیری کاهش پیدا می‌کند.
- با تعیین ماتریس ضرایب W و به‌کارگیری یک مجموعه شکل‌موج متعامد، سیگنال‌های ارسال کاملاً مشخص می‌شوند، اما روش‌هایی که مستقیماً ماتریس همبستگی R را محاسبه می‌کنند، نیازمند محاسبات بیشتر برای تعیین سیگنال‌های ارسال از روی ماتریس همبستگی هستند.
- در روش مورد استفاده در [۷]، توان ارسالی از آنتن‌های مختلف تفاوت گسترده‌ای دارد، اما با انتخاب $L = M_t$

۳. بیشینه کردن توان در محل اهداف مشخص

بحث متمرکز کردن توان رادار MIMO پیرامون اهداف مشخص، با بهینه‌سازی یک تابع هزینه بر حسب R در [۷] مورد بررسی قرار گرفته است. در این بهینه‌سازی قید مثبت و معین بودن ماتریس همبستگی باید لحاظ شود. این مساله به فرم یک برنامه‌ریزی درجه دو نیمه‌معین یا SQP^1 تعریف و به کمک CVX حل شده است. CVX از جعبه‌ابزارهای موجود در متلب بوده و قادر به حل مسائل محدب با قید نامنفی بودن ماتریس جواب است.

در این مقاله سعی داریم چنین الگوی تابشی را توسط رادار آرایه‌فازی MIMO ایجاد کنیم. روشی که به این منظور پیشنهاد می‌شود آن است که تعداد زیرآرایه‌ها برابر با تعداد اهداف انتخاب شود، سپس با استفاده از شکل‌دهی پرتو معمولی، هر زیر آرایه به سمت یک هدف پرتو ارسال کند. در این صورت تنها مجهول مساله، بردار ضرایب w_k زیرآرایه‌ها خواهد بود. با مشخص شدن این بردارها، ماتریس ضرایب W با استفاده از (۴) به دست می‌آید. در این روش، بیشترین تعداد هدفی که می‌توان الگوی تابش را بر روی آن‌ها متمرکز کرد، برابر با تعداد زیرآرایه‌هاست ($K' = K$). فرض بر این است که سامانه انعطاف لازم برای انتخاب تعداد زیرآرایه را داراست و K را دقیقاً برابر با تعداد اهداف مورد نظر در نظر می‌گیریم ($K' = K$).

بردار ضرایب هر زیرآرایه باید طوری انتخاب شود که بیشترین توان به سمت هدف مربوط به آن زیرآرایه ارسال گردد. با توجه به رابطه (۲) سیگنال دریافتی از زیرآرایه k ام در زاویه θ برابر است با:

$$r_k(t, \theta) = \sqrt{\frac{E}{K}} s_k(t) w_k^T a_k^*(\theta) \quad (15)$$

در این رابطه، بردار هدایت زیرآرایه‌ی k ام است. بهره سیگنال به نوبت زیرآرایه برابر با $|w_k^T a_k^*(\theta)|$ تعریف می‌شود. با استفاده از نامساوی کوشی شوارتز، داریم [۴]:

$$|w_k^T a_k^*(\theta)| \leq \|w_k\| \cdot \|a_k(\theta)\| \quad (16)$$

و تساوی زمانی برقرار است که w مضربی از $a_k(\theta)$ باشد. با توجه به اختصاص پرتو هر زیرآرایه به سمت یکی از اهداف و فرض نرمالیزه بودن بردار w ، مقدار این بردار برای هر زیرآرایه به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$w_k = \frac{a_k(\theta_{k'})}{\|a_k(\theta_{k'})\|} \quad k, k' = 1, 2, \dots, K' \quad (17)$$

انتخاب این مقدار برای بردار ضرایب، شکل‌دهی پرتو معمولی نامیده می‌شود و در [۴] نیز مورد استفاده قرار گرفته است، با این

¹ Semidefinite Quadratic Programming

و

$$v(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j(2\pi d_y \sin\theta \sin\phi)/\lambda} \\ \dots \\ e^{j(2\pi(N_t-1)d_y \sin\theta \sin\phi)/\lambda} \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

آرایه صفحه‌ای مفروض به K زیرآرایه تقسیم می‌شود. هر ستون از زیرآرایه‌ها شامل L_x آنتن و هر سطر آن دارای L_y آنتن است. زیرآرایه‌ها می‌تواند به صورت طولی، عرضی یا در هر دو بعد با یکدیگر هم‌پوشانی داشته باشند و به هر کدام یکی از شکل موج‌های متعامد $s(t) = [s_1(t) \ \dots \ s_K(t)]^T$ اختصاص می‌یابد.

بردار سیگنال‌های ارسالی از آرایه را با

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{E}{K}} W s(t) \quad (22)$$

نمایش می‌دهیم. در این رابطه W یک ماتریس

$$M_t N_t \times M_t N_t \text{ به فرم}$$

$$W = [\tilde{w}_1 \ \dots \ \tilde{w}_K] \quad (23)$$

است که بردارهای \tilde{w}_k مانند گذشته تنها در مکان متناظر با زیرآرایه‌ی k ام دارای مقدار غیرصفر هستند و این مقدار غیرصفر برابر با بردار ضرایب مربوط به همان زیرآرایه است. با استفاده رابطه (۲۳)، توان فضایی قابل محاسبه است [۱۶]:

$$\begin{aligned} P(\theta, \phi) &= E\{|\mathbf{a}^H(\theta, \phi)\psi(t)|^2\} \\ &= \frac{E}{K} E\{|\mathbf{a}^H(\theta, \phi)W s(t)|^2\} \\ &= \frac{E}{K} \|\mathbf{W}^H \mathbf{a}(\theta, \phi)\|^2 \end{aligned} \quad (24)$$

این رابطه توان را به صورت تابعی از ماتریس ضرایب بیان می‌کند، بنابراین با محاسبه این ماتریس می‌توان به الگوی تابش مطلوب دست یافت. برای این منظور همانند حالت یک بعدی، تعداد زیرآرایه‌ها برابر با تعداد اهداف در نظر گرفته می‌شود، سپس هر زیرآرایه به سمت یک هدف با θ و ϕ مشخص پرتو ارسال می‌کند. مشابه استدلالی که در مورد انتخاب ضرایب زیرآرایه‌ها انجام شد، بردارهای w_k به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$w_k = \frac{\mathbf{a}_k(\theta_{k'}, \phi_{k'})}{\|\mathbf{a}_k(\theta_{k'}, \phi_{k'})\|} \quad k, k' = 1, 2, \dots, K' \quad (25)$$

استفاده از شکل‌دهی پرتو معمولی در هر زیرآرایه، بهره‌ای به میزان $L_x L_y$ یا تعداد آنتن‌های زیرآرایه در جهت $\theta_{k'}$ ایجاد می‌کند؛ بنابراین سطح توان در محل اهداف مطلوب به $EL_x L_y / K$ می‌رسد. انتخاب‌های متعددی برای تعداد آنتن‌های زیرآرایه‌ها در دو راستای افقی و عمودی وجود دارد، اما برای دستیابی به بیشترین بهره پردازش و ارسال توان یکسان از زیرآرایه‌ها، باید بیشترین تعداد آنتن ممکن در هر سطر و ستون زیرآرایه وجود داشته باشد. در نتیجه $L_x = M_t$ و $L_y = N_t$ در نظر گرفته می‌شود. البته این میزان همپوشانی بین زیرآرایه‌ها، پیچیدگی آرایه ارسال را نیز افزایش می‌دهد.

روش پیشنهادی، توان یکسانی از همه آنتن‌ها ارسال می‌شود.

• سطح توان ارسالی به اهداف مختلف قابل کنترل است، حتی این امکان وجود دارد تا با ارسال توان بیشتر به سمت اهدافی که از اهمیت بالاتری برخوردارند، نحوه توزیع توان را تغییر داد. این کار با روش‌هایی نظیر اختصاص تعداد زیرآرایه بیشتر به این اهداف امکان‌پذیر است.

ماتریس هم‌بستگی سیگنال‌های ارسال بر حسب بردار ضرایب به صورت $R = (E/K)W W^H$ تعریف شد. این رابطه نشان می‌دهد که تعداد ستون‌های ماتریس W یا همان تعداد زیرآرایه‌ها، تعیین‌کننده مرتبه^۱ ماتریس R است. در رادار MIMO این ماتریس از مرتبه کامل است، اما در رادار آرایه‌فازی MIMO تعداد زیرآرایه‌ها معمولاً خیلی کوچکتر از تعداد آنتن‌هاست، در نتیجه به تعداد پایه‌های متعامد کمتری برای ساخت سیگنال نیاز دارد. همچنین تعداد زیرآرایه‌ها همواره از یک بزرگتر است. ($K = 1$ معادل با رادار آرایه‌فازی است)، بنابراین مرتبه R نیز همواره از یک بزرگتر است و داده‌های ارسالی همبستگی کامل ندارند، در نتیجه استفاده مستقیم از تکنیک‌های تطبیقی برای تخمین پارامتر در گیرنده امکان‌پذیر است. این مساله نسبت به رادار آرایه‌فازی، یک مزیت محسوب می‌شود، زیرا در رادارهای آرایه‌فازی به دلیل همبستگی بالای سیگنال‌ها، استفاده از روش‌های تطبیقی به شکست می‌انجامد.

۴. تعمیم آرایه‌ی خطی به آرایه‌ی صفحه‌ای

تاکنون به دلیل سادگی، تنها آرایه خطی مورد بررسی قرار گرفت. اما با تعمیم روابط به حالت دوبعدی، این روش برای آرایه صفحه‌ای نیز کارآمد است.

آرایه‌ای که در این بخش مورد بررسی قرار می‌گیرد، یک آرایه‌ی مستطیلی یکنواخت $M_t \times N_t$ است که M_t تعداد آنتن در هر ستون و N_t تعداد آنتن در هر سطر است. فاصله دو آنتن مجاور در یک ستون برابر با d_x و فاصله بین آنتن‌ها در یک سطر برابر d_y است. بردار هدایت $1 \times M_t N_t$ آرایه ارسال در زاویه ارتفاع θ و زاویه سمتی^۲ ϕ با

$$\mathbf{a}(\theta, \phi) = \text{vec}(\mathbf{u}(\theta, \phi)\mathbf{v}^T(\theta, \phi)) \quad (19)$$

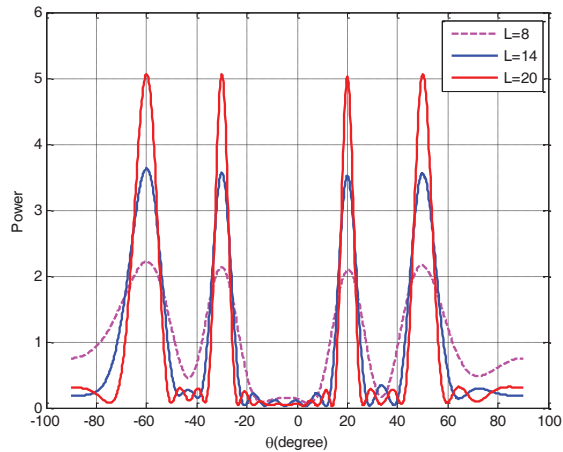
نشان داده می‌شود که \mathbf{u} و \mathbf{v} به ترتیب بردارهایی با ابعاد $1 \times M_t$ و $N_t \times 1$ هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۶]:

$$u(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j(2\pi d_x \sin\theta \cos\phi)/\lambda} \\ \dots \\ e^{j(2\pi(M_t-1)d_x \sin\theta \cos\phi)/\lambda} \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

¹ Rank

² Azimuth Angle

زیرآرایه باید در رابطه (۱) صدق کند. با افزایش آنتن‌های زیرآرایه، قله‌هایی با عرض کمتر و توان بیشتر ایجاد شده است که سطح توان آن‌ها با EL/K مطابقت دارد.

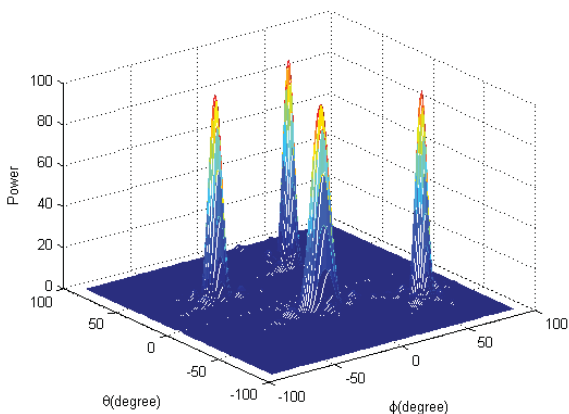


شکل ۲. تاثیر تعداد آنتن‌های زیرآرایه بر الگوی تابش ارسال

در حالت صفحه‌ای، چهار هدف در زوایای زیر در نظر می‌گیریم:

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
θ_k (زاویه ارتفاع)	-۲۰	۳۰	-۴۰	۵۰
ϕ_k (زاویه سمتی)	۰	-۴۰	۶۰	۳۰

شکل (۳) الگوی تابش آرایه‌ای با ابعاد $M_t \times N_t = 20 \times 20$ را نشان می‌دهد که بر روی این اهداف تمرکز یافته‌اند. ابعاد زیرآرایه‌ها $L_x \times L_y = 20 \times 20$ است که در هر دو راستای افقی و عمودی با یکدیگر هم‌پوشانی کامل دارند. ضرایب وزنی زیرآرایه‌ها از رابطه (۲۶) محاسبه می‌شود. مطابق شکل (۳)، پرتوهایی با تمرکز بالا پیرامون اهداف مطلوب شکل گرفته است که لوب‌های فرعی کوچکی دارند. سطح توان قله‌ها یکسان و برابر با $EL_x L_y / K$ است.



شکل ۳. الگوی تابش ارسال آرایه صفحه‌ای در فضای سه‌بعدی

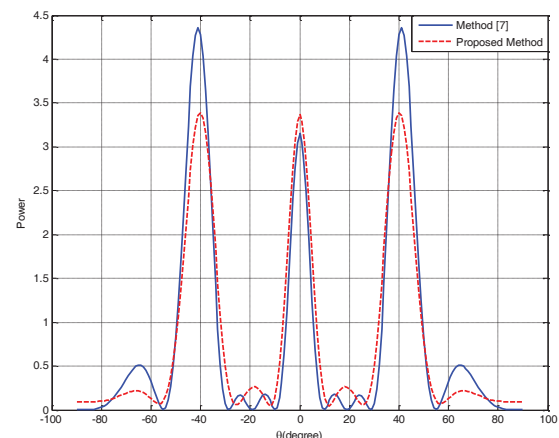
به منظور بررسی عملکرد روش‌های تخمین پارامتر در گیرنده،

۵. شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

شبیه‌سازی‌های این بخش نخست به الگوی تابش ارسال می‌پردازد و سپس تخمین زاویه ورود سیگنال‌های دریافتی در گیرنده را مورد بررسی قرار می‌دهد. به هر زیرآرایه یکی از شکل‌موج‌های پایه $\{s_k(t) = e^{j2\pi kt/T_0}\}_{k=1}^K$ با ۲۵۶ نمونه اختصاص می‌یابد و توان کلی که در اختیار آرایه قرار دارد، $E = 1$ است. سطح مقطع راداری اهداف یکسان بوده و به صورت مختلط و با توان واحد در هر بخش حقیقی و موهومی در نظر گرفته می‌شود. مدل نویز نیز به صورت یک دنباله تصادفی گوسی مختلط سفید با میانگین صفر است که در هر سنسور آرایه واریانس مشابهی دارد.

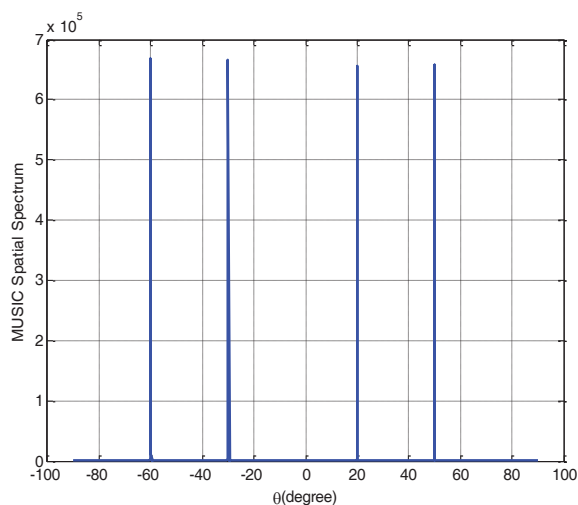
در حالت خطی، سامانه راداری مفروض دارای دو آرایه یکنواخت با آنتن‌های همه‌جهتی برای ارسال و دریافت است که فاصله بین آنتن‌های آن، $d_T = d_R = \lambda/2$ در نظر گرفته می‌شود. ضرایب وزنی از رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود تا توان را حول اهداف مطلوب بیشینه کند.

شکل ۱ طراحی الگوی تابش در رادار MIMO با روش مرجع [۷] را با روش پیشنهادی برای رادار آرایه‌فازی MIMO مقایسه می‌کند. اهداف در زوایای $\theta_1 = 40$ ، $\theta_2 = 0$ و $\theta_3 = -40$ واقع شده‌اند. تعداد آنتن‌های ارسال، $M_t = 10$ و تعداد آنتن‌های زیرآرایه در رادار آرایه‌فازی MIMO، $L = 10$ است. اندازه‌ی قله‌ها در دو زاویه‌ی ۴۰ و -۴۰ در رادار آرایه‌فازی MIMO نسبت به رادار MIMO کمتر است، اما در مقابل سطح توان ارسالی به سه‌هدف با یکدیگر در آرایه‌فازی MIMO برابر بوده و از لوب‌های فرعی کوچکتری در طرفین برخوردار است.

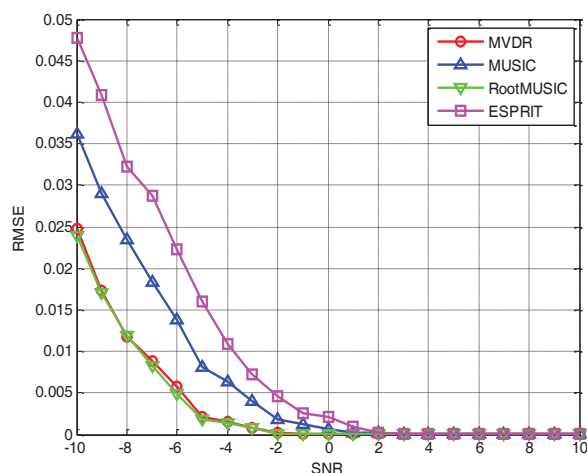


شکل ۱. مقایسه الگوی تابش ارسال رادار MIMO و آرایه فازی MIMO

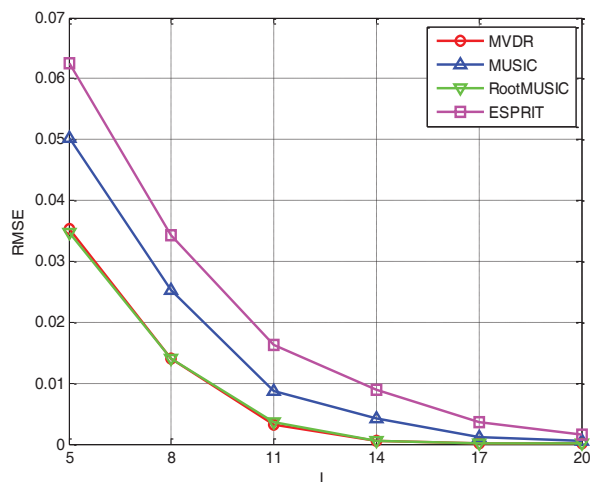
شکل ۲ تاثیر تعداد آنتن‌های زیرآرایه بر الگوی تابش ارسال را نشان می‌دهد. تعداد آنتن‌های ارسال، $M_t = 20$ بوده و به $K = 4$ زیرآرایه تقسیم می‌شود تا توان را حول چهار هدف در زوایای $\theta_1 = -60$ ، $\theta_2 = -30$ ، $\theta_3 = 20$ و $\theta_4 = 50$ درجه بیشینه کند. الگوی تابش به‌ازای $L = 8$ ، $L = 14$ و $L = 20$ آنتن در هر زیرآرایه، ترسیم شده است. باید توجه داشت که تعداد آنتن‌های



شکل ۵. طیف فضایی MUSIC به‌ازای SNR=10dB



شکل ۶. خطای زاویه‌ای RMSE بر حسب SNR

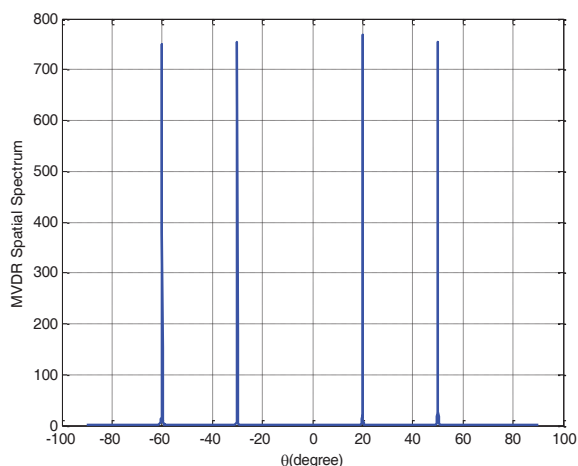


شکل ۷. خطای زاویه‌ای RMSE بر حسب تعداد آنتن‌های زیرآرایه به‌ازای SNR=0dB

چهار الگوریتم MVDR، MUSIC، Root MUSIC، و ESPRIT برای راداری با $M_t = 20$ آنتن ارسال و $M_r = 10$ آنتن دریافت پیاده‌سازی شده است. شبیه‌سازی‌ها با ۱۰۰۰ تکرار و دقت ۰/۰۵ درجه انجام شده است. برای مقایسه این روش‌ها، خطای زاویه‌ای RMSE به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^K (\hat{\theta}_i - \theta_i)^2} \quad (27)$$

شکل‌های ۴ و ۵ طیف فضایی MVDR و MUSIC را برای تخمین اهداف شکل ۲ نشان می‌دهد. هر دو طیف در محل اهداف دارای قله‌های بسیار باریکی هستند و زاویه‌ی ورود سیگنال را به خوبی تخمین می‌زنند. شکل ۶ خطای زاویه‌ای را به‌ازای مقادیر مختلف SNR نشان می‌دهد که حاکی از کارایی بالاتر روش MVDR و Root MUSIC نسبت به دو روش دیگر در مقادیر پایین SNR است. با افزایش SNR، خطای هر چهار الگوریتم به صفر همگرا می‌شود. این میزان دقت در تخمین، نتیجه به‌کارگیری شکل‌موج‌های متعامد در فرستنده است. شکل ۷ بیانگر تاثیر همپوشانی زیرآرایه‌هاست که به‌ازای $L = 5, 8, 11, \dots, 20$ ترسیم شده است. با توجه به بهره‌ای که این پارامتر در فرستنده ایجاد می‌کند، تاثیری مشابه افزایش SNR دارد. جدول ۱ نیز مقدار خطای چهار الگوریتم را در حالتی که دو هدف در فاصله زاویه‌ای ۱ و ۲ درجه از هم قرار گرفته‌اند، با یکدیگر مقایسه می‌کند. در فاصله زاویه‌ای ۱ درجه و SNR پایین، MVDR و MUSIC زاویه ورود را با خطای کمتری تخمین می‌زنند، اما با افزایش فاصله اهداف و افزایش SNR، الگوریتم‌های ESPRIT و Root MUSIC عملکرد بهتری دارند.



شکل ۴. طیف فضایی MVDR به‌ازای SNR=10dB

- [8] Fuhrmann, D. R., J. P. Browning, and M. Rangaswamy, "Signaling strategies for the hybrid MIMO phased-array radar," IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, Vol. 4, No. 1, 66-78, 2010.
- [9] T. Aittomaki, V. Koivunen, Low-complexity method for transmit beamforming in MIMO radars, in IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Vol. 2, 2007, pp. 305-308.
- [10] T. Aittomaki, V. Koivunen, Signal covariance matrix optimization for transmit beamforming in MIMO radars, in Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2007, pp. 182-186.
- [11] M. Soltanalian, H. Hu and P. Stoica, "Single-stage transmit beamforming design for MIMO radar." Signal Processing, Vol. 102, pp. 132-138, 2014.
- [12] A. Maio and M. Lops, "Design principles of MIMO radar detectors," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 43, pp.886-898, July 2007.
- [13] J. Li and P. Stoica, eds, MIMO Radar Signal Processing. New Jersey: Wiley, 2009.
- [14] P. Stoica and R. L. Moses, Spectral Analysis of Signals. Prentice-Hall, Upper SaddleRiver, NJ, 2005.
- [15] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research: the parametric approach." IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 13 Issue 4, July 1996, pp. 67-94.
- [16] A. Hassaniien, M. W. Morency, A. Khabbazibasmenj, S. A. Vorobyov, J.-Y. Park, and S.-J. Kim, "Two-dimensional transmit beamforming for MIMO radar with sparse symmetric arrays," IEEE Radar Conf., Ottawa, ON, Canada, Apr.-May 2013.

جدول ۱. مقایسه خطای زاویه‌ای RMSE برای اهداف نزدیک به هم

فاصله زاویه‌ای	SNR	الگوریتم MVDR	الگوریتم MUSIC	الگوریتم Root MUSIC	الگوریتم ESPRIT
۱ درجه	۰	۰/۵۳۸۵	۰/۵۳۵۳	۳۶/۷۱۳۸	۲۰/۵۲۳۳
	۱۰	۰/۵۳۸۵	۰/۵۱۷۷	۰/۵۹۷۳	۰/۵۲۳۵
	۲۰	۰/۵۳۸۵	۰/۳۷۲۴	۰/۱۶۴۷	۰/۱۲۲۳
۲ درجه	۰	۱/۲۱۹۸	۰/۷۸۴۱	۰/۱۴۱۸	۰/۱۷۶۹
	۱۰	۰/۹۱۶۶	۰/۱۳۲۷	۰/۰۴۴۵	۰/۰۵۴۰
	۲۰	۰/۰۶۳۰	۰/۰۳۰۸	۰/۰۰۱۹	۰/۰۰۵۵

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی ساده برای انتخاب ضرایب وزنی زیرآرایه‌ها در رادار آرایه‌فازی MIMO پیشنهاد شد تا الگوی تابش ارسالی از این رادار پیرامون اهداف مطلوب بیشینه شود. شبیه‌سازی توان ارسال نشان داد با این شیوه، بهره‌ای به میزان تعداد آنتن‌های زیرآرایه در جهت اهداف مطلوب ایجاد می‌شود. در این روش ساده، امکان کنترل توزیع توان بین اهداف وجود دارد و با انتخاب زیرآرایه‌های کاملاً همپوشان می‌توان از کلیه آنتن‌ها، توان یکسانی ارسال کرد. چهار الگوریتم تخمین پارامتر در گیرنده پیاده‌سازی و با یکدیگر مقایسه شد که نشان داد بهره‌گیری از شکل‌موج‌های متعامد در فرستنده، کارایی این روش‌ها را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد. با تعمیم روابط به حالت دو بعدی، الگوی تابش مطلوب برای آرایه‌ی صفحه‌ای هم به‌دست آمد.

۷. مراجع

- [1] E. Fishler, A. Haimovich, R. S. Blum, D. Chizhik, L. J. Cimini, and R. A. Valenzuela, "MIMO radar: an idea whose time has come in Proc. IEEE Radar Conf., Apr. 2004, pp. 71-78.
- [2] E. Fishler, A. Haimovich, R.S. Blum, L.J. Cimini, D. Chizhik, and R.A. Valenzuela, "Spatial diversity in radars - models and detection performance," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 54, no. 3, pp. 823-838, 2006.
- [3] S. B. Akdemir, An overview of Detection in MIMO Radar, M.S Thesis in Electrical And Electronics Engineering, Middle East Technical University, Sep. 2010.
- [4] A. Hassaniien and S. A. Vorobyov, "Phased-MIMO radar: A tradeoff between phased-array and MIMO radars," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 58, no. 6, pp. 3137-3151, June 2010.
- [5] J. Li and P. Stoica, "MIMO radar with colocated antennas," IEEE Signal Processing Mag., vol. 24, pp. 106-114, Sept. 2007.
- [6] D. R. Fuhrmann and G. S. Antonio, "Transmit beamforming for MIMO radar systems using partial signal correlation," in Proc. 38th Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput., Nov. 2004, vol. 1, pp. 295-299.
- [7] P. Stoica, J. Li, and Y. Xie, "On probing signal design for MIMO radar," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 55, no. 8, pp. 4151-4161, Aug. 2007.

Beam Pattern Design in Phased MIMO Radars for Known Target Locations

H. Khaleghi*, S. A. Moghaddasi

Malek Ashtar University of Technology

(Received: 08/02/2015, Accepted: 18/01/2016)

Abstract

Multiple Input Multiple Output (MIMO) radars are new generation of array radars that employ orthogonal waveforms as their probing signals. Despite of several advantages, this strategy results in losing coherent processing gain. Many efforts have been made to overcome this weak point by modifying the correlation of transmit signals. Recently, new proposed phased MIMO radar partitions the transmitting array into a number of subarrays, each of which is allocated a waveform that is orthogonal to the waveforms transmitted by other subarrays. In this radar, designing the weight vectors of each sub array provides a means of forming desired beam pattern. This paper proposes a method for selecting weights based on conventional beamforming to maximize power around targets of interest and considers the results of this signal design on the receiving end by implementing four parameter estimation algorithms. Unlike the method used for MIMO radars, in this procedure both transmitted power from antennas and distribution of power among targets can be controlled and desired beam pattern is obtained with less calculation and less orthogonal waveforms. The method is also extended to planar array.

Keywords

phased MIMO radar ; beam pattern ; conventional beam forming.

* Corresponding author E-mail: bizaki@ee.iust.ac.i